

El “Problema de la Matemática”

Comisión de Actividades de Enseñanza del Claustro

octubre 2017

Resumen

El presente documento constata la existencia, en todo el mundo, de una brecha entre los niveles de conocimientos y habilidades matemáticas deseados por las instituciones para los estudiantes ingresantes a carreras universitarias en que la matemática desempeña una importancia primordial (ingeniería entre ellas), y los que efectivamente poseen. A esta diferencia se le ha dado en llamar el “Problema de la Matemática”. Se examina, además, algunos trabajos en los cuales se apunta a determinar cuáles son los elementos que componen esa brecha.

A este problema se le ha dado diferentes respuestas. Se examina en particular una de ellas, los cursos de nivelación, cuya efectividad es altamente controvertida. La mencionada efectividad ha sido objeto de amplia investigación, particularmente en los Estados Unidos, si bien es solamente en los últimos 15 o 20 años que han aparecido evaluaciones metodológicas sólidas, amplias y multiinstitucionales ([B08]). No se ha encontrado investigaciones sólidas centradas solamente en carreras de ingeniería. Los resultados obtenidos de los cursos de nivelación en conjuntos de carreras han sido variados, incluso, los obtenidos por un mismo investigador. Mientras algunos estudios no encontraron impactos significativos de mejora en la retención, transferencia y terminación de grado, otros revelaron (particularmente entre los estudiantes que completaron exitosamente sus cursos de nivelación) que los cursos correctivos mejoraron las posibilidades de los estudiantes de completar cursos de nivel universitario, persistir en la universidad y obtener un título ([C16]), si bien en algunos de estos trabajos, se detectó un cierto alargamiento de la carrera, y un incremento global del abandono (producido en particular entre los estudiantes que no completan los cursos de nivelación). Es en función de observaciones que se han hecho a la nivelación es que se han tomado algunas acciones correctivas para mejorar su desempeño.

Índice

1. Introducción.	2
2. Situación en el mundo.	4
3. Determinando el “Problema de la Matemática”.	7
3.1. Trabajo de de Guzman et al. [GHRV98]	7
3.2. Trabajo de la London Mathematical Society et al. [LIR95]	12
3.3. Trabajo de Gruenwald et al. [GKJ04]	13
3.4. Trabajo de Brandell et al. [BHT08]	15

3.5. Trabajo de Thomas et al. [TDHJN12]	15
3.6. Trabajo de Álvarez et al. [ALP05]	15
3.7. Facultad de Ingeniería	16
4. Algunas conclusiones de investigación sobre resultados de cursos de nivelación en el mundo.	19
4.1. Trabajo de Bettinger et al. [BL04].	20
4.2. Trabajo de Attewell et al. [ALDL06].	21
4.3. Trabajo de Lesik [L06].	21
4.4. Trabajo de Bahr [B08].	21
4.5. Trabajo de Bettinger et al. [BL08].	22
4.6. Trabajo de Calcagno et al. [CL08].	22
4.7. Trabajo de Martorell et al. [MMF10].	23
4.8. Trabajo de Boatman et al. [BL10].	23
4.9. Trabajo de Scott-Clayton et al. [SCR15].	23
4.10. Trabajo de Chen [C16].	24
5. Acciones sobre los cursos de nivelación.	24
6. Conclusiones.	27
7. Referencias (vínculos a abril 2017)	28

1. Introducción.

En la sesión del Claustro del 15/3/17 se resolvió que la Comisión de Actividades de Enseñanza examinara el tema de la interfase en matemática entre la enseñanza media y la Facultad, como forma de permitir al Claustro realizar aportes en ese tema. El Consejo de la Facultad de Ingeniería por resolución 222 del 28/03/17 resolvió, entre otras medidas, “1-Apoyar actividades de nivelación al ingreso...”. Entre los considerandos de dicha resolución, aparece mencionada “4) Las resoluciones de la asamblea de docentes del IMERL de fecha 22/3/17.” El punto 4. de la mencionada asamblea de docentes expresa “Resulta evidente la necesidad de implementar un curso de nivelación para quienes ingresan a facultad...”. El presente documento examina en una primera parte el tema que provoca la necesidad de apoyar actividades de nivelación al ingreso, buscando datos a nivel mundial y también dentro de la Facultad. En segundo lugar aborda la efectividad de los cursos de nivelación. De esta manera, se pretende aportar insumos que sirvan para la obtención de las mejores soluciones.

El problema de la brecha entre el nivel de conocimientos y habilidades matemáticas¹ que la educación superior desea que posean los estudiantes entrantes de orientaciones en que la matemática juega un papel importante (ingeniería, ciencias, economía, profesorado de matemática) y el nivel que realmente poseen se ha dado en llamar en Europa, particularmente en el Reino Unido, el “Problema de la Matemática” (ver [HS00], ver también [SEFI13], página 54),

¹El problema está no solamente en la matemática, sino que aparece también en otras disciplinas. Pero es indudable, a la luz de la evidencia internacional, que esta cuestión es más grave en la matemática.

en este trabajo adoptaremos esa denominación. El “Problema de la Matemática” no es nuevo², y es universal, como se muestra en la Sección 2 de este documento. Enfrentados a esa cuestión, diferentes instituciones ensayan diferentes soluciones, algunas de las cuales son rápidamente enumeradas en esa Sección. En la Sección 3 se examinan en particular algunos trabajos que buscan determinar el mencionado problema. Es común que en esos trabajos, además de determinar dónde está el problema, hagan sugerencias para solucionarlos: hemos transcrito varias de esas sugerencias. Al final de esa Sección se examina algunas observaciones que se han hecho en la Facultad de Ingeniería.

Definición. *En este documento entenderemos como “curso de nivelación” a un curso diseñado para ayudar a los estudiantes ingresantes a alcanzar contenidos y habilidades necesarios para un desempeño satisfactorio en sus estudios universitarios.*

De acuerdo con esa definición, para cierto conjunto de estudiantes que provienen por ejemplo de carreras técnicas cuyos programas no pretendan alcanzar un nivel adecuado para el ingreso directo a las carreras de Ingeniería, sería imprescindible la realización de cursos de nivelación. Eso sucede en el mundo (por ejemplo estudiantes provenientes de Formación Profesional en España³, o los cursos que tomaban egresados de UTU para ingresar a Facultad⁴). En nuestra definición de “Problema Matemático” no consideramos ese universo. La utilización de cursos de nivelación en el mundo dirigidos a estudiantes cuyos programas de enseñanza media potencialmente los admitirían a ingresar directamente a la carrera no es menor. En los Estados Unidos hay cursos de nivelación de matemática, pero también de comprensión lectora, escritura y ciencias, entre los más utilizados. Allí, de acuerdo al National Center for Education Statistics [C16] (pág. iii) “Cada año, millones de nuevos estudiantes que carecen de las habilidades académicas necesarias para actuar en el nivel universitario entran a la universidad. Las instituciones de educación superior se enfrentan a este problema con extensos programas de nivelación diseñados para fortalecer las habilidades básicas de los estudiantes. En 2011-12, alrededor de un tercio de todos los estudiantes de primer grado y segundo año de grado - el 29 por ciento de instituciones públicas de 4 años⁵ y el 41 por ciento de las instituciones públicas de dos años, reportaron haber tomado alguna vez cursos de recuperación (Skomsvold 2014). Las tasas de ingresantes a cursos de nivelación podría ser mayor si las estimaciones tuvieran en cuenta estudiantes que no ganaron créditos (Radford y Horn 2012) o si las universidades hicieran los cursos de nivelación obligatorios para todos los estudiantes evaluados como académicamente no preparados para el trabajo de nivel universitario (Bailey y Cho 2010).” Dado el alcance que tienen los cursos de nivelación en los Estados Unidos, se han realizado múltiples esfuerzos para estudiar su efectividad.

En Europa los cursos de nivelación tampoco son raros, habida cuenta de la movilidad poblacional existente y las diferencias que hay entre las instituciones de enseñanza media entre los diferentes países (ver [BS09]), pero no hay tantos estudios al respecto.

²En [MBDMG15] se lee: “Creado para estudiantes no preparados para los cursos de nivel universitario, la educación correctiva fue un factor en la matrícula exitosa en la universidad a mediados del siglo 19 (Young, 2009)”.

³Ver pág. 73 de [RMD15]

⁴La exigencia de aprobar cursos de nivelación aparece aún en las condiciones requeridas a algunas carreras que anteriormente se dictaban en UTU para ingresar a Ingeniería.

⁵El sistema terciario estadounidense está típicamente basado en planes de estudios algunos de dos años de duración, y otros de cuatro años. Los community colleges son instituciones públicas con planes de dos años de duración.

La Universidad Nacional de Colombia tiene un curso de nivelación en Matemática para las carreras de Ingeniería⁶. Las carreras de Ingeniería de la Universidad Nacional de la Plata también tienen un curso de nivelación⁷, la Universidad de Buenos Aires implantó el Ciclo Básico Común (CBC)⁸, de un año de duración, en que los estudiantes deben aprobar 6 asignaturas antes de entrar en la carrera. En Uruguay, la ORT⁹ y la UCUDAL realizan cursos de nivelación (el diseño del curso de nivelación de la UCUDAL se encuentra en [ALP05]).

En base a la evidencia de la Secciones 2 y 3, teniendo en cuenta que se comparten muchos problemas con la situación en el resto del mundo, es pertinente revisar qué resultados han tenido los cursos de nivelación para paliar el problema de diferencias entre la posesión de contenidos y habilidades con las que ingresan los estudiantes en relación con las que la facultad espera. Esto se desarrolla en la Sección 4. Las investigaciones sobre los resultados de los cursos de nivelación se han hecho sobre el conjunto de estudiantes universitarios, no conocemos estudios metodológicamente fuertes que se hayan hecho en relación con los estudiantes que aspiran a ingresar específicamente a carreras de ingeniería. En la Sección 5 se exponen algunas medidas que se han tomado para corregir algunas dificultades en la implementación de los cursos de nivelación. Finalmente, en la Sección 6, se exponen algunas conclusiones. No se trata de copiar soluciones, sino de tener en cuenta experiencias realizadas en otros países para poder encontrar las mejores respuestas a nuestro problema.

2. Situación en el mundo.

En primer lugar, es necesario reconocer que el problema ni es nuevo², ni se limita a nuestro país. Es altamente recomendable la lectura del artículo escrito por el matemático William P. Thurston¹⁰ en [T90], en que describe la situación de la enseñanza de la matemática en los Estados Unidos en 1990. Esta situación no ha cambiado en los Estados Unidos: concretándonos ahora a las carreras de ingeniería, en [TBMBR12] se lee: “La cuestión de la preparación de la matemática es especialmente problemática para los estudiantes de ingeniería. Por ejemplo, Brannan y Wankat (2005) encontraron que casi las tres cuartas partes (73,4%) de las 49 instituciones que participaron en su estudio consideraban que la matemática era un área de debilidad para sus estudiantes de ingeniería. De acuerdo con Graff y Leiffer [GL05], un ‘número inquietante de estudiantes [de ingeniería]’ no están listos para el cálculo cuando entran a la universidad, y los errores que cometen en los cursos subsiguientes no se deben a deficiencias

⁶Ver <http://ciencias.bogota.unal.edu.co/areas-curriculares/area-curricular-de-matematicas/docencia/matematicas-basicas/precalculo/?L=4>, la descripción de ese curso puede verse en [DRL14]. Según ese documento, también se estarían ofreciendo cursos de nivelación de lecto-escritura.

⁷Ver https://www.ing.unlp.edu.ar/sitio/ingreso/contenidos/matematica_curso_de_nivelacion_edicion.pdf

⁸El CBC se compone de seis materias obligatorias, dos de las cuales son comunes para todas las carreras y otras dos dependen de la orientación en la que está comprendida la carrera elegida. (Tomado de <http://www.cbc.uba.ar/introduccion.html>). Para la carrera de Ingeniería las materias son: Física, Química, Introducción al Conocimiento de la Sociedad y del Estado, Introducción al Pensamiento Científico, Álgebra A y Análisis Matemático A. No hemos podido encontrar evaluaciones del CBC.

⁹<http://fi.ort.edu.uy/10822/17/taller-de-nivelacion-de-conocimientos-de-matematica.html>.

¹⁰Thurston recibió en 1982 la Medalla Fields por sus trabajos. La Medalla Fields es un reconocimiento en matemática equivalente al premio Nobel en otras disciplinas.

en su capacidad para hacer cálculo sino más bien en su capacidad de hacer álgebra. La mayor confiabilidad en las calculadoras también ha dado lugar a la incapacidad de los estudiantes para manipular números, hacer cálculos simples en sus cabezas, o estimar y evaluar la adecuación de sus respuestas.” Aún así, podría pensarse que es un problema de la enseñanza de la matemática en los Estados Unidos y que no se presenta en otros lugares. Sin embargo, el problema es mundial. En el artículo [NDCBM16] se lee: “Investigadores de países de todo el mundo, como los de África, Australia, Canadá, Nueva Zelanda, Reino Unido y Estados Unidos, han reportado resultados similares en cuanto a la retención de estudiantes de ingeniería. Entre las causas de la deserción en las especialidades de ingeniería se encuentran la deficiencia en las habilidades matemáticas, la resolución matemática de problemas y la falta de comprensión conceptual (Beanland, 2010; Fowler, Maxwell, & Froyd, 2003; Gleason, 2010; MillerReilly, 2007; Nite & Allen, 2014; Ohland & Crockett, 2002; Parsad & Lewis, 2003; Tolley, Blat, McDaniel, Blackman, & Royster, 2012; Waits & Demana, 1988).” Específicamente en Europa, en las páginas 3-5 del documento de la “Société Européenne pour la Formation des Ingénieurs” (SEFI) [SEFI02] se señala un declive marcado de los estudiantes europeos ingresantes al grado de ingeniería en cuanto a su habilidad en una serie de tópicos que se mencionan como importantes a nivel básico¹¹. En el mismo sentido, en [SEFI13] se lee: “Hay otra cuestión crucial concerniente a la matemática y los estudiantes de ingeniería ingrestantes - y es la cuestión de la competencia matemática básica. Durante muchos años ha habido una gran discusión en el Reino Unido sobre el llamado ‘Problema de la Matemática’ - la brecha entre el nivel de competencia matemática que la educación superior desea que los ingenieros de grado entrantes posean y el nivel que realmente poseen. Un informe seminal, publicado en 2000 por el Engineering Council, Measuring the Mathematics Problem (Hawkes y Savage 2000, [HS00]), mostró cómo el nivel de habilidades matemática básicas entre los estudiantes que ingresaban a la universidad con el mismo nivel de calificaciones secundarias en matemáticas declinó drásticamente durante los años noventa.”

Examinemos a Finlandia, que a menudo es tomado como modelo en la enseñanza media. En la Universidad de Tecnología de Tampere¹² (TUT), los docentes están sorprendidos por los logros obtenidos por los estudiantes finlandeses en las pruebas PISA, cuando también expresan que (ver [MKS08]) “...al mismo tiempo, más de 200 profesores de matemática a nivel universitario expresaron públicamente su preocupación por la disminución del nivel de competencia en la matemática, especialmente en las rutinas algebraicas básicas.”¹³ “Las insuficientes habilidades en matemática básica causan problemas para aquellos que se especializan en ingeniería a nivel universitario.”¹⁴ Paralelamente, Finlandia participa en otras pruebas de matemática:

¹¹Son mencionadas: 1) Fluidez y seguridad con los números 2) Fluidez y seguridad con el álgebra 3) Conocimiento de las funciones trigonométricas 4) Comprensión del cálculo básico y su aplicación a situaciones “del mundo real” 5) Dominio de la recopilación, manejo e interpretación de datos.

¹²En importancia, es el segundo instituto finlandés en ciencias de la ingeniería. Tiene más de 10.000 estudiantes, siendo un centro de excelencia en investigación.

¹³Eso no significa que desacrediten las pruebas PISA. La explicación que dan los finlandeses es que la prueba mide principalmente la fluidez procesal de los estudiantes y el razonamiento adaptativo en matemática, pero la comprensión conceptual y la competencia estratégica son rasgos muy importantes en la matemática universitaria y no se desarrollan satisfactoriamente en la matemática de la escuela secundaria superior de Finlandia. (Tomado de [SPKMJ10]).

¹⁴En ese mismo artículo [MKS08] se exploran las actitudes de los estudiantes hacia el estudio de las matemáticas a través de la orientación, la intención y la motivación, y también a través de patrones de aprendizaje. En un artículo posterior ([SPKMJ10]) se describen algunas acciones tomadas por la TUT para atacar el problema que encuentran.

las pruebas TIMSS, y en esas pruebas el resultado no es tan halagador para Finlandia (ver [ARHS14]). Se desprende que el problema es multidimensional, y no se puede representar con un número.

El problema, no podía ser de otra manera, también es regional. En Brasil no es desconocido, ver [PK09], donde se lee: “...una parte de los estudiantes de primer año muestra deficiencias en el contenido de la matemática elemental, que debería haber sido adquirido en la escuela primaria y media. Esto provoca una dificultad en el aprendizaje del cálculo, causando fallos y contribuyendo al alto nivel de evasión observado en los cursos del área.” En el estudio sobre deserción de la Universidad de Chile, [UC08], en el punto 19 del resumen ejecutivo se encuentra: “Los problemas de rendimiento académico puede ser consecuencia de una brecha entre las exigencias de la carrera, y la formación base adquirida en años anteriores a su ingreso a la educación superior. Estas brechas incluyen debilidades en contenidos, escasos hábitos de estudios, metodologías de enseñanza y aprendizaje de la universidad comparada con las de colegios, entre otras. Estos factores adquieren mayor importancia relativa en carreras de altas exigencias como las ingenierías, según declararon directivos en las entrevistas, y estudiantes en los focus group.” En Colombia, en el artículo [DRL14] se lee: “En la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá, el 60% de los admitidos no cuentan con las bases necesarias en matemáticas, de acuerdo a los resultados en las pruebas de admisión realizadas entre los periodos 2011-I y 2013-I. En otras sedes de la universidad se presenta un problema similar e incluso mayor; el cual se extiende a otras universidades del país, donde los estudiantes no llegan con el conocimiento necesario debido a la formación que reciben en la educación básica y media en esta área.”

Frente a esta situación es posible encontrar, solas o combinadas, diversas acciones (cuya definición en algunos casos pueden tener elementos que se solapan). Sin intentar ser exhaustivos¹⁵, se mencionan:

- Condiciones de admisión exigiendo requisitos previos con diferente grado de rigurosidad dependiendo de la institución¹⁶,
- Exámenes de ingreso,
- Cursos de nivelación o de recuperación (“Remedial courses”)¹⁷,
- Centros de apoyo en matemática, (“Mathematics Support Centres”)¹⁸,

¹⁵Ver, a título de ejemplo, [B99], donde aparecen otras iniciativas. La profesora Sandra Kahan ha puesto sobre la mesa el trabajo [KB15], el cual es un ejemplo de una iniciativa que, sin ser un curso de nivelación, aporta elementos que permiten avanzar al estudiante evitando el cuello de botella de los tradicionales cursos de cálculo, a la vez que disminuye el abandono, aumentando la conexión entre la matemática y la ingeniería.

¹⁶En Estados Unidos, pueden ser la consideración del “Grade Point Average” (GPA), pruebas ACT, SAT, realización de cursos “Advanced Placement” (AP) o “International Baccalaureate” (IB),... (Ver <http://education.stateuniversity.com/pages/1842/College-Admissions.html>). En otros países pueden encontrarse distintas exigencias, en [M08] se lee: “Entre las principales pruebas de aptitud se encuentra, por ejemplo, el SAT I (EEUU) y PAA (Chile); y entre las pruebas referidas a currículo, SAT II y ACT (EEUU), A Level (Inglaterra), Bachillerato (Francia), Abitur (Alemania), Bagrut y PET (Israel), Exámenes Centrales (Suecia) y Proyecto SIES (Chile).”

¹⁷La terminología más usada en inglés es “remedial course”, aunque también se usan “developmental course”, “basic skills courses”, “compensatory courses” u otros similares. Ver también la nota al pie²³. De ahora en adelante, traduciremos “remedial course” como “curso de nivelación”.

¹⁸Son usados particularmente en el Reino Unido, ver [MG10].

- Cursos de matemática de diferente nivel dirigiéndose a similares contenidos¹⁹,
- Adaptación de cursos de grado para ajustarlos al currículo de bachillerato²⁰,
- Acceso a material on-line²¹,
- Comunidades de aprendizaje (“Learning Communities”)²².
- Educación de desarrollo (“Developmental education”)²³,
- Instrucción suplementaria (“Supplemental instruction”)²⁴
- Formación de profesorado para bachillerato²⁵.
- Acción tutorial específica para matemática (“Tutorial action program”)²⁶.

3. Determinando el “Problema de la Matemática”.

En esta sección se ha relevado algunos trabajos que de alguna manera procuran medir el “Problema de la Matemática”. En algunos casos, por estimarse adecuado, se ha transcripto algunas recomendaciones.

3.1. Trabajo de de Guzman et al. [GHRV98]

El artículo trabaja con estudiantes y docentes de Canadá (Université Laval), de Francia (Université de Versailles y Université de Montpellier) y de España (Universidad Complutense de Madrid), interviniendo estudiantes de ciencias, de ingeniería, de economía, de profesorado de matemática, etc. Luego de presentar un panorama de puntos de vista de los estudiantes y docentes sobre el pasaje de la educación secundaria a la terciaria en matemática, considera

¹⁹Ver p. ej. [LBBW97].

²⁰Ver por ejemplo [RMD15], página 74

²¹El paradigma es la plataforma paneuropea MathBridge: <http://www.math-bridge.org/>. La Facultad de Ingeniería en el año 2012 publicó material de autoestudio “Conceptos básicos de matemática” con contenidos de enseñanza media.

²²Ver por ejemplo [T98]

²³ Muchas veces se usan los nombres de “remedial courses” o “remedial education” y “developmental education” como sinónimos, a veces prefiriendo la última denominación por tener una connotación menos negativa. Algunos autores las diferencian: usan “developmental courses” como cursos ofreciendo nuevo material. En este ítem, sin embargo, se entiende “Developmental education” como “...programas y servicios comunes que se dirigen a preparación académica, evaluación diagnóstica y de colocación, desarrollo de estrategias generales y específicas de la disciplina de aprendizaje, y las barreras afectivas para el aprendizaje. Educación de desarrollo incluye, pero no se limita a: a) todas las formas de asistencia de aprendizaje, tales como la tutoría, la mentoría y la instrucción suplementaria, b) consejo personal, académico y de carrera, c) asesoría académica, y d) trabajo de curso.” (Tomado de la National Association for Developmental Education: <http://www.nade.net/aboutdeved.html>). Es decir, la educación de desarrollo puede tener a los cursos de nivelación como un elemento, pero abarcan varias otras dimensiones (ver [K02]).

²⁴“La instrucción suplementaria está diseñada para ayudar a los estudiantes en el dominio de los conceptos del curso y, al mismo tiempo, para aumentar la competencia estudiantil en las destrezas de lectura, de razonamiento y de estudio.” (Tomado de [BDBM83]).

²⁵Ver por ejemplo pág. 73 de [RMD15]

²⁶Ver por ejemplo, pág. 72 de [RMD15]

tres tipos de dificultades encontradas por los estudiantes: 1) Dificultades epistemológicas y cognitivas, 2) Dificultades sociológicas y culturales, y 3) Dificultades didácticas.

3.1.1 Dificultades epistemológicas y cognitivas. Transcribimos solamente algunos párrafos del texto.

“Esta transición corresponde a un cambio significativo en el tipo de matemática a ser dominado por los estudiantes: la matemática es diferente no sólo porque los temas son diferentes, sino debido a una mayor profundidad, tanto con respecto a las habilidades técnicas necesarias para manipular los nuevos objetos y la comprensión conceptual que los subyace. Este cambio se ha descrito a veces como un paso del pensamiento matemático elemental al avanzado (véase Tall [23]): los estudiantes de secundaria suelen tener éxito en la matemática al confiar en su capacidad para realizar algoritmos y a pesar de la falta de una comprensión real de los conceptos matemáticos con los que están trabajando; pueden experimentar dificultades sustanciales al pasar al nivel terciario, en poder participar por sí mismos en el proceso de pensamiento matemático y no simplemente aprender a reproducir información matemática. En una palabra, pueden tener problemas para llegar a ser autónomos, matemáticamente hablando. Por otra parte, no es más posible limitarse a poner en práctica teoremas aislados, necesitan entrar en procesos de pensamiento más profundos y más ricos.”

“Los estudiantes que entran a la educación terciaria se enfrentan, en las palabras de Tall [24, p. 495], ‘a una transición difícil, desde una posición en la que los conceptos tienen una base intuitiva fundada en la experiencia, a otra en la que se especifican mediante definiciones formales y sus propiedades reconstruidas mediante deducciones lógicas’. En consecuencia, las pruebas adquieren un nuevo e importante estatus. Tienen que ser completas y establecidas a través de deducciones lógicas de las definiciones y propiedades formales. Sólo la lógica elemental es necesaria para superar esta dificultad, pero esta está muy por encima de lo que se está pidiendo en la matemática secundaria. Además, la lógica básica que uno usa en matemática es diferente de la lógica ordinaria de la vida cotidiana, así como el lenguaje matemático difiere del lenguaje natural.”

“Incluso para aquellos estudiantes que ya están familiarizados con las pruebas, pueden surgir nuevas dificultades. Por ejemplo, las pruebas de existencia son notoriamente difíciles para la mayoría de los estudiantes: por un lado, no es fácil para ellos reconocer su necesidad, ya que este tipo de situación rara vez se plantea en la matemática secundaria - cuando se les da un problema, los estudiantes de enseñanza media pueden (casi) siempre dar por sentado que tiene una solución; y también las preguntas sobre la existencia son difíciles de resolver porque uno a menudo tiene que imaginar un cierto objeto matemático - un enfoque de análisis-síntesis puede ser útil aquí, pero no siempre es fácil de implementar. Los argumentos de la suficiencia son generalmente difíciles porque hay a menudo una opción a ser hecha. A veces, una prueba requiere no sólo aplicar directamente un teorema en un caso particular, sino también adaptar o incluso transformar un teorema antes de reconocerlo y/o usarlo. En otras ocasiones, una prueba implica un proceso de varias etapas. Por ejemplo, a menudo se encuentran situaciones de análisis en las que, para encontrar un límite, una expresión dada (p. ej. una suma o una integral) debe ser ‘dividida’ en dos partes para ser tratadas separadamente por diferentes métodos; una intuición cualitativa fuerte es esencial para tener éxito en tal acercamiento.”

“Una de esas dificultades tiene que ver con los propios estudiantes: hay una heterogeneidad sustancial en el trasfondo matemático de los estudiantes que ingresan a la educación universitaria. Algunos estudiantes están completamente listos para la transición al nivel terciario, pero otros no. A menudo, a los profesores universitarios no les importa asegurarse, a la entrada de la universidad, que cada uno de ellos domine las nociones básicas y las habilidades necesarias para comprender su curso.

Otras dificultades conciernen más directamente a los profesores universitarios; por ejemplo, las expectativas que podrían tener con respecto a sus estudiantes: muchos profesores universitarios desarrollan una imagen distorsionada de los estudiantes y tienden a identificar a su estudiante ‘medio’ con un estudiante ideal que ha asistido con éxito a una trayectoria altamente científica en una de las mejores escuelas secundarias. Pero en una clase real este tipo de estudiante puede ser sólo una minoría muy pequeña, o incluso no existir en absoluto. Los maestros también deben ser sensibles a la importancia de hacer explícito a los estudiantes lo que están haciendo y aprendiendo exactamente, y hacia dónde se dirigen. En otras palabras, deben proporcionar a los estudiantes objetivos identificables, no esperar que tales ideas surjan naturalmente por sí mismas.

Otra dificultad para los profesores universitarios es que esperan que los estudiantes desarrollen desde el principio una actitud activa hacia el ‘hacer matemática’. Pero a menudo los estudiantes no están preparados para este tipo de trabajo. [...] Un último tipo de dificultades cognitivas que queremos considerar está vinculado a toda organización indispensable (o reorganización) del conocimiento por parte de los estudiantes. A fin de alcanzar las capacidades de ‘pensamiento matemático avanzado’ que se espera de ellos, los estudiantes deben adquirir ‘la capacidad de distinguir entre el conocimiento matemático y el conocimiento meta-matemático’ (por ejemplo, de la corrección, pertinencia o elegancia de una pieza de matemáticas) [21, pág. 131], deben retroceder de los cálculos y contemplar las relaciones entre conceptos.”

3.1.2 Dificultades sociológicas y culturales.

“Un segundo tipo de dificultades se refiere a factores sociológicos y culturales, especialmente desde el punto de vista institucional. Hay una gran diversidad de tales dificultades y las diferencias locales pueden ser muy importantes, lo que hace muy difícil presentar regularidades. Nos limitamos aquí a algunos aspectos.

A menudo, el tamaño de los grupos en el nivel terciario puede ser muy grande, especialmente en el primer año, por lo que un estudiante es a menudo sólo uno en una multitud [...] Además, los grupos pueden ser reformados cada semestre, de manera que a menudo no se desarrolla en la clase un ‘sentido de la comunidad’. Como consecuencia, es muy difícil que los estudiantes reciban ayuda del docente, que con frecuencia tiene muy poco tiempo disponible, o de los compañeros. Y en contextos donde los estudiantes tienen acceso a los asistentes de la enseñanza, estos sistemas suelen ser poco fiables por una variedad de razones (falta de familiaridad del asistente con el contenido del curso, falta de perspectiva, problemas de comunicación debido a una barrera del idioma, etc.).”

“En muchos países, la democratización de la enseñanza ha tenido como consecuencia que muchos estudiantes débiles tengan acceso a la universidad. Para tales estudiantes, su relación con el conocimiento a menudo no está a la altura de lo que se espera de ellos: encuentran dificultades para alcanzar el nivel requerido de abstracción y se limitan

a meras acciones y aplicaciones de recetas, desconociendo el cambio conceptual que deben realizar. Como resultado de esta fragilidad, estos estudiantes están en una gran necesidad de una relación altamente personalizada con su instructor, lo que permitiría las numerosas explicaciones que requieren. Pero la estructura actual de la universidad hace casi imposible tal contacto.”

“Una última dificultad cultural que queremos mencionar se refiere a la concepción general de la tarea de los profesores a nivel universitario. La falta de conocimiento pedagógico de algunos profesores puede deberse al hecho de que se espera que realicen investigaciones, por lo que su motivación y compromiso con la enseñanza pueden no ser tan fuertes como la de los profesores de secundaria, cuya única responsabilidad es la enseñanza. [9, pág. 676] Además, en la mayoría de los casos, los profesores universitarios han recibido su formación profesional como si su única ocupación en matemática fuera la investigación. En consecuencia, tienen que desarrollar por sí mismos las capacidades pedagógicas y de comunicación que necesitan con sus estudiantes, - ¡y esta es una tarea ardua! El sistema profesional de recompensas en matemática universitaria se centra casi universalmente en el éxito en la investigación, y no en la pedagogía.”

3.1.3 Dificultades didácticas.

“Entre las diversas circunstancias relacionadas con los profesores universitarios que podrían causar algunos problemas a sus estudiantes, consideramos las siguientes.

- **Falta de habilidades pedagógicas y didácticas.** ‘Sé el tema y esto es suficiente’ es la filosofía subyacente acostumbrada. En muchos lugares es una creencia bastante común entre los profesores universitarios que todo lo que uno necesita para enseñar matemática a nivel universitario es conocer y entender profundamente el tema. Sin embargo, el que enseña bien a un sujeto en cualquier nivel no es necesariamente el que lo conoce más profundamente, sino el que logra que los estudiantes aprendan las ideas y los métodos que deben aprender. [...]
- **Falta de modelos adecuados.** A menudo sucede que el profesor universitario, especialmente el joven -que suele ser también el encargado de enseñar a los estudiantes entrantes-, mira al profesor senior como un ejemplo a imitar. Pero muchas veces esto es más bien un contraejemplo que muestra cómo NO enseñar matemática. Nuestra cultura universitaria ha estimulado en muchos lugares a los matemáticos a ignorar, si no despreciar, cualquier preocupación por la enseñanza.
- **Despreocupación por la importancia de la metodología del tema.** El estudio y el trabajo en matemática requieren un tipo diferente de enfoque que el estudio de, digamos, la historia o la química. Tal vez pertenezca al profesor de secundaria introducir al alumno en el estilo de trabajo necesario en cada uno de los temas. Pero dado que esto no suele hacerse, esta especificidad debe contemplarse durante los primeros años en el nivel terciario.
- **Falta de métodos de enseñanza innovadores.** Muchos docentes tienden a limitarse a ‘métodos de enseñanza poco imaginativos’ [21, p. 129], el estilo de enseñanza que se practica con más frecuencia a nivel universitario es el de una presentación magistral de matemática esmerada (‘el profesor habla y el estudiante toma notas’). Es triste que muchos profesores universitarios nunca hayan oído hablar, por ejemplo, del llamado ‘método Moore’ o de sus posibles modificaciones (ver [4]), o de

muchas otras maneras diferentes de involucrar activamente a los estudiantes, individualmente o en grupos, en el ‘descubrimiento’ y en el desarrollo del sujeto. [...]

- **Falta de cuidado en el diseño del curso.** Los profesores universitarios a menudo prestan poca atención al conocimiento real y la preparación de sus estudiantes y no se preocupan por el ritmo que sería el más adecuado en cada momento concreto para la mayoría de los estudiantes. Pueden no ofrecer directrices claras sobre el contenido del curso o los objetivos exactos que sus estudiantes tienen que cumplir. [...] Los profesores a menudo ofrecen poca ayuda a los estudiantes, a través de frecuentes ejemplos, ejercicios o problemas, para digerir el tema y adquirir una idea concreta sobre los conceptos y problemas realmente importantes del tema.
- **Falta de procedimientos de realimentación.** En la típica clase universitaria, no hay mucha interacción que pueda ayudar al docente a saber, mientras el curso se desarrolla, hasta qué punto lo que ha sido ‘enseñado’ ha sido realmente ‘aprendido’ y por qué es así. Debido a la falta de pericia (o quizás de interés), a menudo es solo al final del curso cuando los profesores obtienen una imagen de sus grupos, a veces para averiguar, tal vez mediante un examen poco realista, que casi todo lo que pensaban que los estudiantes habían aprendido está completamente ausente de sus mentes.
- **Falta de habilidades de evaluación.** Un componente crucial del proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática es recurrir a una manera adecuada de evaluar el trabajo de los estudiantes, diseñado para su beneficio y estímulo. Pero tal esquema de evaluación está lejos de ser trivial de implementar. Es triste observar que muchos profesores universitarios no hacen ningún esfuerzo para familiarizarse con diferentes maneras de evaluar a los estudiantes, mientras que muchos otros tal vez aprenden estos métodos después de muchos años de experimentación ad-hoc. Muy pocas veces se utilizan procesos alternativos de evaluación, tales como portafolios, entrevistas orales, discusiones, propuestas de preguntas abiertas que se dan por adelantado a los estudiantes para que tengan la oportunidad de pensar en los problemas en un estudio autónomo, etc. La solución más fácil a la evaluación, y posiblemente la más pobre, es por supuesto el examen escrito - finalmente, para grupos grandes, uno de los cuales la máquina puede corregir.”

El artículo termina enumerando un conjunto de acciones posibles para ayudar a disminuir esas dificultades, suministrando referencias para las mismas:

1. Establecer mejores diálogos entre educadores de enseñanza media y terciaria.
2. Suministrar actividades de orientación a los estudiantes. (Por ejemplo, en un curso, explicitar las expectativas del docente desde el primer día de clase).
3. Proveer a los estudiantes con ayuda individualizada. (Una posible solución son los Centros de apoyo en Matemática¹⁸.)
4. Diseminar información sobre programas exitosos en enseñanza de la matemática.
5. Cambiar el contexto de la brecha, acercando cursos en la enseñanza media y/o superior, o creando cursos de nivelación.

6. Crear un contexto propicio al desarrollo de la Facultad, otorgando soporte y acceso a los docentes interesados en cambiar sus prácticas de enseñanza.
7. Ayudar a los estudiantes a usar diferentes recursos, además de la suministrada por los docentes en las clases.
8. Cambiar la “cultura” de los estudiantes. Los estudiantes deben comprender que la matemática es sobre todo una cuestión de ideas y comprensión, y no solamente técnicas - aunque las habilidades técnicas jueguen un papel importante.
9. Cambiar la “cultura” de los docentes. Las conferencias tradicionales son solamente una manera de enseñar - y a menudo no son la más apropiada.
10. Establecer un mejor diálogo entre los matemáticos y los usuarios de la matemática.
11. Acciones metacognitivas. El éxito de los estudiantes está ligado en gran medida a su capacidad de desarrollar habilidades metacognitivas.
12. “Menos es más”. Disminuir la cantidad de contenido cubierto, y abordar una comprensión más profunda y adecuada.

3.2. Trabajo de la London Mathematical Society et al. [LIR95]

En este estudio (enfocado a estudiantes de matemática, ciencias, ingeniería y tecnología), al constatar un incremento de los estudiantes que no cumplen los estándares sostenidos por las universidades, se plantea que “Sugerimos que estos [se refiere a los estándares] se estudien teniendo en cuenta la pregunta ‘¿Son apropiados estos estándares?’ En lugar de ‘¿Fueron los estudiantes mejores en el pasado?’”

Luego de desarrollar algunas ideas de por qué es importante la matemática²⁷, determina, de manera fundada, que algunos problemas serios percibidos por docentes de educación superior son:

- Los estudiantes que se matriculan en cursos que tienen exigencias matemáticas importantes se ven obstaculizados por una seria falta de facilidad técnica esencial - en particular, una falta de fluidez y confiabilidad en manipulación y simplificación numérica y algebraica.
- En comparación con los estudiantes a principios de los años '80, hay un marcado descenso del dominio analítico de los estudiantes cuando se enfrentan a problemas sencillos que implican dos o varios pasos.
- La mayoría de los estudiantes que ingresan a la educación superior ya no comprenden que la matemática es una disciplina precisa en la que el cálculo exacto y fiable, la exposición lógica y la prueba desempeñan papeles esenciales; sin embargo, son estas características las que hacen que la matemática sea importante.

²⁷Básicamente, desarrolla su importancia como herramienta y formativa.

3.3. Trabajo de Gruenwald et al. [GKJ04]

Los autores examinaron las respuestas a un cuestionario enviado a 63 docentes de 24 países²⁸ en todo el mundo. Se hicieron tres preguntas (¿Cuáles cree Ud. que son las razones de la brecha entre la matemática de la enseñanza media y la universidad?, ¿Qué está haciendo su Departamento para reducir la brecha? y En su opinión, ¿qué más se puede hacer para que el período de transición sea más suave?), y se examinaron las respuestas. En general transcribimos los títulos, si bien en algunos casos por estimarlo relevante o para aclarar mejor la idea del título, desarrollamos (no siempre totalmente) el ítem.

3.3.1. ¿Cuáles cree Ud. que son las razones de la brecha entre la matemática de la enseñanza media y la universidad?

3.3.1.1. Mayor nivel de pensamiento en matemáticas universitarias (72 % de las respuestas)

Diferentes énfasis: en los cálculos, técnicas, algoritmos, manipulaciones en la enseñanza media frente a la teoría, la prueba, la comprensión conceptual en la universidad. Esta diferencia se refleja en los libros de texto y la evaluación.

3.3.1.2. Énfasis en aprobar el examen en la enseñanza media (37 %)

3.3.1.3. El plan de estudios de la enseñanza media es demasiado amplio (34 %)

3.3.1.4. Supuestos y expectativas demasiado optimistas de los profesores universitarios (33 %)

“... a menudo esperamos que (a) todos los estudiantes aprendan de la misma manera que nosotros - y esa es la mejor manera (b) lo que los estudiantes aprendieron en el liceo fue lo mismo que nosotros, y con la misma profundidad”

3.3.1.5. Diferentes formas de enseñanza/aprendizaje (30 %)

“Los estudiantes no están preparados para asumir la responsabilidad de su aprendizaje - más bien, esperan que ‘se les de todo en cuchara’ como en la enseñanza media”

“Muchos estudiantes tienen problemas para estudiar en la universidad. En particular, están acostumbrados a que un profesor les planifique su estudio, y en la universidad tienen que hacerlo ellos mismos”

3.3.1.6. Falta de formación en matemática de profesores de matemática en la enseñanza media y falta de habilidades de enseñanza de profesores universitarios (26 %)

3.3.1.7. Falta de comunicación entre la enseñanza media y la universidad (17 %)

3.3.1.8. Cambios en el entorno (15 %)

3.3.2. ¿Qué está haciendo su Departamento para reducir la brecha?

3.3.2.1. Abordaje personal (55 %)

- Centros de apoyo en matemática
- Clases pequeñas
- Consultas individuales

²⁸Se incluían países de América, Europa, Asia, África, Oceanía.

- Agrupamiento de estudiantes después de pruebas diagnóstico
- Tutorías adicionales

3.3.2.2. Cursos de nivelación (52 %)

- Diferentes niveles
- Diferente longitud
- Diferentes énfasis, p. ej. “Cursos que se concentran en el pensamiento matemático (prueba) en lugar de suministrar contenidos.”

Algunos participantes indicaron que a menudo los cursos de nivelación no cierran la brecha. Las dos razones principales son:

- (a) Los cursos tienen una duración demasiado corta. Muchos cursos de nivelación duran solo unas pocas semanas o, a lo sumo, meses. Durante ese tiempo algunos estudiantes no son capaces de dominar el material normalmente cubierto en enseñanza media durante varios años.
- (b) Los antecedentes matemáticos de los estudiantes a menudo son tan pobres que el énfasis en los cursos de nivelación está en los fundamentos de la matemática: reglas, técnicas, manipulaciones y algoritmos. No hay tiempo para enseñar a los estudiantes un nivel superior de pensamiento (pruebas, razonamiento, etc), así que la brecha en el pensamiento no se cierra.

3.3.2.3. Desarrollar diferentes estrategias pedagógicas (32 %)

3.3.2.4. Mejorar la comunicación entre la enseñanza media y la universidad (16 %)

3.3.2.5. Cambios en la evaluación: pruebas semanales, exámenes orales, retroalimentación detallada (16 %)

3.3.2.6. Disminuir estándares (12 %)

3.3.3. En su opinión, ¿qué más se puede hacer para que el período de transición sea más suave?

3.3.3.1. Establecer un sistema para monitorear la calidad en enseñanza media y universidades (60 %)

- Mejor preparación de los docentes de la enseñanza media
- Mejorar el currículo en la enseñanza media (menos contenido, más pruebas, profundidad y rigor)
- Mejorar las habilidades de enseñanza de los profesores universitarios - poseer un título de enseñanza terciaria
- Un razonamiento más deductivo (aunque no necesariamente formal) en la enseñanza media
- Se puede incluir un poco más de profundidad y rigor en la matemática de la enseñanza media para que la transición pueda ser suave
- Hacer obligatorio para todos los profesores de matemática de nivel terciario tener una cualificación de enseñanza terciaria, así como su cualificación de matemática, por lo tanto, hacerlos conscientes de las ideas sobre la enseñanza y las estrategias de enseñanza

3.3.3.2. Extras: tutorías, cursos, apoyo al aprendizaje, cuidado docente, clasificación de estudiantes, tiempo (ritmo más lento, semestre de ajuste, escuela de verano)

3.3.3.3. Mejorar la comunicación entre la enseñanza media y la universidad.

3.3.3.4. Más atención a la educación matemática en las universidades

- Más investigación en didáctica
- Establecer unidades de educación matemática en los departamentos de matemática
- Establecer un centro enfocado en la educación matemática
- Incluir en los departamentos de Matemáticas un “Grupo de Educación Matemática”

3.4. Trabajo de Brandell et al. [BHT08]

Consta de dos estudios, el primero, realizado en el Royal Institute of Technology (KTH) de Estocolmo, se refiere a la brecha en el currículo y percepciones de la matemática entre la enseñanza media y la superior. Es extremadamente interesante observar las diferencias entre las habilidades requeridas para completar los tests propuestos en enseñanza media, y los que se proponen en la universidad en Estocolmo, el trabajo incluye ejemplos que son muy útiles para aclarar ideas. El segundo estudio, con estudiantes de ciencias naturales, economía, matemática pura y aplicada y de profesor de matemática, examina las dificultades en seguir demostraciones, y en construir pruebas (es decir, ejercicios y problemas del tipo “mostrar que cierta condición se cumple”, ver también la subsección 3.7.2).

3.5. Trabajo de Thomas et al. [TDHJN12]

Los autores realizaron un amplio estudio de la literatura existente con el fin de identificar la investigación que aborda cuestiones de transición que son pertinentes para el aprendizaje y la enseñanza de: cálculo y análisis; el álgebra de la aritmética generalizada y el álgebra abstracta; álgebra lineal; razonamiento, argumentación y prueba; y modelización, aplicaciones y matemáticas aplicadas. La revisión de la literatura reveló una red multifacética de cuestiones cognitivas, curriculares y pedagógicas, algunas abarcando los temas matemáticos mencionados anteriormente (como la preparación cognitiva de los estudiantes para los requisitos del pensamiento matemático formal a nivel universitario) y algunas intrínsecas a ciertos temas (por ejemplo poca o ninguna cobertura de contenido en la enseñanza media). Además de la revisión de la literatura, se encuestaron las opiniones de 79 docentes comprometidos con la enseñanza en los departamentos de matemáticas universitarias en 21 países sobre la transición enseñanza media-universitaria en matemática. Concretamente, se buscó obtener perspectivas sobre: qué temas se enseñan y cómo, en las primeras etapas de los estudios matemáticos a nivel universitario; si la transición debe ser suave; la preparación para los estudiantes de estudios universitarios de matemáticas; y lo que hacen los departamentos universitarios para ayudar a aquellos con preparación limitada.

3.6. Trabajo de Álvarez et al. [ALP05]

Se trata del diseño de la prueba de ingreso de la UCUDAL. En los aspectos del diagnóstico que condujo al diseño de la prueba, “Se indagó acerca del desempeño de los ingresantes en cuatro aspectos:

3.6.1 Manejo elemental de cálculo numérico o algebraico. En el primero de estos aspectos se encontró un escaso dominio de propiedades elementales de las funciones exponenciales o logarítmicas, así como evidencia de dificultades para ejecutar cálculos algebraicos asociados con procesos de resolución de ecuaciones o inecuaciones.

3.6.2 Dominio de estructuras lógicas. En cuanto al dominio de estructuras lógicas existe confusión entre el enunciado de un teorema y el de su recíproco, así como una creencia generalizada que si un teorema es válido, su recíproco también. Del mismo modo, los estudiantes evidencian creer que la no aplicabilidad de un teorema implica que lo asegurado en la tesis del mismo es falso. Se detecta también una inadecuada idea del uso de un contraejemplo para invalidar un enunciado.

3.6.3 Nivel de uso del lenguaje simbólico. En lo referente al nivel de uso del lenguaje simbólico fue detectada una habitual confusión entre los conectivos “y” y “o” en los procesos de traducción entre el lenguaje coloquial y la formulación simbólica de operaciones entre conjuntos. Así mismo se encontró un buen desempeño en relación con la construcción de modelos.

3.6.4 Conocimientos previos de Cálculo Diferencial. Los ítems referidos a los conocimientos previos de Cálculo Diferencial permitieron constatar un buen desempeño en tareas tipificadas, donde se dispone de algoritmos para obtener el resultado, sin embargo dejaron evidencia que los estudiantes no han desarrollado vínculos entre los resultados conceptuales que justifican los procedimientos que usan y el uso de estos procedimientos.”

3.7. Facultad de Ingeniería

3.7.1 Resultados en la Herramienta Diagnóstica al Ingreso (HDI). En el informe de Matemática de la HDI 2013²⁹ (último año en que hubo informe de Matemática), se leen algunos conceptos como “...merece destacarse que el 45 % considera que $\cos(a + b) = \cos(a) + \cos(b)$.” Sobre la derivada de composición de funciones: “El bajo porcentaje de alumnos que la responden correctamente refuerza la idea de que los estudiantes no saben aplicar la regla de la cadena. Sólo el 13 % de los que la contestan lo hacen correctamente (similar al año anterior).” Sobre operaciones con racionales “...llama la atención que eligen la opción A el 21 % de quienes la contestan: esta opción corresponde al error de no separar los términos correctamente.” Sobre factorización de polinomios y límite: “El resultado es idéntico al del año pasado, 25 % para cada respuesta. Preocupa el bajo resultado en una pregunta en la cual creemos que se hace mucho hincapié en el método en Secundaria.”

A modo de resumen, en dicho informe se expresa: “Preocupa el bajo rendimiento en técnicas operatorias y métodos estándares trabajados en preparatorio (cálculo de límites, cálculo de derivadas, cálculo de porcentajes).”

3.7.2 Pensamiento lógico. Es reconocida la dificultad de muchos estudiantes en todo lo relativo a comprender y crear demostraciones matemáticas elementales. En la página 86

²⁹Disponible en <https://www.fing.edu.uy/~enrich/claustro/infoHDIImat2013.pdf>.

del documento del Claustro con entrevistas a docentes de matemática³⁰ se describe las dificultades para que los estudiantes construyeran en el práctico la demostración de que el número $\sqrt{3}$ es irracional, después de haber visto la demostración en el teórico de que $\sqrt{2}$ lo es (se trataba de reproducir con modificaciones ínfimas una demostración por el absurdo ya vista). Ese tipo de problemas es el que también se ha encontrado en varios otros trabajos de esta sección. Estas observaciones concuerdan con lo expresado en la página 31 de [SEFI13], en que aparecen como adecuados para que su comprensión sea completada en la enseñanza de facultad algunos ítems como entender cuantificadores, negar proposiciones con cuantificadores, seguir ejemplos de pruebas directas, indirectas y por contradicción, entre otros.

¿Por qué es necesario adquirir un cierto nivel de pensamiento lógico? En [SF13] se lee: “La ingeniería es un campo de las ciencias aplicadas que descansa sobre las bases de la matemática, la física y la química. Para lograr que su trabajo responda a las necesidades sociales, sus profesionales deben adquirir una comprensión amplia y funcional de los procesos, además de un adecuado dominio de las habilidades técnicas (Hakkarainen et al., 2004; Moss et al., 2006). Entre muchas otras habilidades deben lograr una comprensión profunda de los conceptos abstractos, desarrollar la capacidad de pensamiento algorítmico y un razonamiento lógico adecuado (Eckerdal and Berglund, 2005; Faux, 2006). Diversos estudios indican que la habilidad de razonamiento lógico no es independiente de la capacidad intelectual general, y que los estudiantes que razonan lógicamente y resuelven adecuadamente los problemas tienden a obtener mejores resultados en cualquier materia científica (Johnson and Lawson, 1998; Capizzo et al., 2006). Por lo tanto, la formación en ingeniería, como área científica, debe incluir a la lógica, la abstracción, la matemática y la resolución de problemas en todos los niveles, y porque como profesionales se espera que dominen y apliquen el pensamiento lógico. Paradójicamente, pocos programas en el mundo atienden adecuadamente esta necesidad formativa (Moss et al., 2006).”

¿En qué medida se robustece ese pensamiento lógico en la Facultad? En relación con los estudiantes que ingresan a Facultad, en [MCCLO07] se lee, en relación a la HDI: “Por último, otro elemento a considerar refiere al empleo de la memoria, un 22 % de la población que ingresa afirma que durante la preparación del examen intenta memorizar todos los temas; esto se agrava cuando se le pregunta si durante la preparación del examen intenta memorizar aquellos temas que no comprende bien, los que contestan afirmativamente pasan a representar el 44 % de la población. Con respecto a las estrategias de aprendizaje es preocupante que un porcentaje elevado de alumnos recurran a la memorización mecánica ante las dificultades de comprensión.” La situación no mejora en el transcurso de la carrera de acuerdo a los resultados de la Herramienta Diagnóstica Media (HDM), realizada en los años 2008 y 2009 a mitad de la carrera. En la HDM del 2009³¹ se lee: “En lo que refiere a estrategias de aprendizaje, podemos destacar que, aún a esta altura de la carrera, un 16 % de los estudiantes manifiesta estudiar memorizando todos los temas y un 42 % lo hace particularmente frente a aquellos temas que les resultan

³⁰Es el documento que se encuentra en https://www.fing.edu.uy/sites/default/files/claustro_citaciones/2015/distribuido/23974/16-2015%20Conjunto%20entrevistas%20%28Informe%20com.%20Act.%20Ense%C3%B1anza%29.pdf

³¹Disponible en <https://www.fing.edu.uy/~enrich/evaluacion/HDM2009.doc>

de difícil comprensión. Si consideramos además que 23 % durante la preparación de los exámenes estudia sólo los temas que preguntan siempre, es importante continuar trabajando con los estudiantes actividades relativas a las estrategias de aprendizaje específicas de cada disciplina, pues recordamos que lamentablemente se desarrollan estrategias que permiten salvar exámenes aunque no se puede asegurar que los estudiantes hayan logrado aprendizajes significativos.”

Es de preguntarse si las metodologías predominantes en Facultad de cursos expositivos, en los que usualmente un estudiante observa a un docente establecer definiciones, demostrar teoremas y observar ejemplos de aplicación sin tener oportunidad de trabajar activamente, son las adecuadas para mejorar las habilidades matemáticas de los estudiantes.

3.7.3 Comprensión lectora y expresión escrita. En el mundo, si bien hablando en términos de cursos de nivelación, predominan los cursos de matemática, tampoco es nada raro encontrar paralelamente cursos de comprensión lectora, y cursos de escritura. Si bien parecería que este ítem no debería estar en una sección correspondiente “elementos relacionados con la matemática”, seguramente no es independiente la comprensión lectora de la comprensión matemática. Hay varios estudios realizados con niños que muestran que existe relación entre ambos (ver por ejemplo [VTAN08]). A ese respecto, en [MCCLO07] se establece, respecto a la HDI, que “En cuanto a la identificación de la idea principal, sólo un 35,6 % de los estudiantes logró identificarla en el breve fragmento propuesto. Los problemas en comprensión lectora trascienden las dificultades específicas de este proceso cognitivo, ya que generan dificultades y bajos rendimientos en las disciplinas específicas. Muchos estudiantes podrían estar fallando no sólo por no tener los conocimientos disciplinarios elementales, sino por no lograr acceder a la comprensión del significado de la letra de un ejercicio.”

También son preocupantes los resultados en expresión escrita, se lee en el mismo documento [MCCLO07], también referido a la HDI: “De acuerdo a las categorías que se establecieron para analizar los textos, un 17 % no escribió textos narrativos, o escribió narraciones con una trama tan débil que hace difícil encontrar un problema y una evolución de los hechos, propia de los textos narrativos. Un indicador simple es la ortografía, calculado como el porcentaje de individuos en función del número de palabras escritas por error ortográfico cometido. [...] Sólo un 5 % de los estudiantes escribe sin errores ortográficos, mientras que la mitad de la población se encuentra en los tres primeros rangos de los doce establecidos, lo que significa que en el mejor de los casos cometen un error cada 30 palabras.”

3.7.4 Motivación. Otro problema señalado en [SEFI13] en la etapa de transición entre la enseñanza media y la superior es el siguiente: “Los estudiantes de ingeniería se enfrentan a los mismos problemas de transición que los estudiantes de otras disciplinas, pero, además, se enfrentan a algunas cuestiones específicas. La más notable entre estas es la cuestión de la matemática. El estudio de la matemática es esencial para todos los aspirantes a ingeniero. Sin embargo, para muchos estudiantes de grado esto se ve como una faena, como un mal necesario a ser soportado. Los estudiantes de ingeniería han optado por ir a la universidad para estudiar ingeniería y no matemática y, a menudo, son los elementos prácticos y solucionadores de la ingeniería que los inspiran. Muchos estu-

diantes encuentran la matemática que estudian demasiado abstractas y teóricas para ser entusiasmadas por la materia.”

En [M08], página 2-13 aparece: “Todo parece indicar que la orientación motivacional intrínseca de los alumnos juega un papel importante en la iniciación y mantenimiento del aprendizaje, relacionándose por tanto con el rendimiento académico. Los estudiantes con alta motivación intrínseca tienden a utilizar estrategias más profundas y elaborativas y a regular su proceso de comprensión (Huertas, 1997; Míguez, 2001; Alonso Tapia, 2001), los alumnos difícilmente se implicarán en una tarea a través del uso de las estrategias más adecuadas si no valoran el aprendizaje. Las correlaciones de los factores de estrategias de aprendizaje con el rendimiento son considerables, y las correlaciones entre la motivación y estrategias también son elevadas.”.

4. Algunas conclusiones de investigación sobre resultados de cursos de nivelación en el mundo.

Como ya se mencionó, nos restringiremos a examinar los cursos de nivelación. Los mismos son altamente controvertidos. “Uno de los mayores debates en torno a los cursos de nivelación es si preparan a los estudiantes no sólo para el éxito del curso a corto plazo, sino si también contribuyen a la obtención del grado” (Tomado de [BW04]). En esta sección examinaremos el resultado de algunos trabajos de investigación importantes sobre el tema. Los mismos son estadounidenses, el hecho es que, entre los europeos, no aparecen tantos artículos. Es de señalar que, por ejemplo, en el trabajo de la “Société Européenne pour la Formation des Ingénieurs” [SEFI13], en el que se considera la educación matemática para los ingenieros, y en el que en particular se mencionan respuestas a dicho “Problema de la matemática”, los cursos de nivelación no son mencionados. En [C16] se lee: “Aunque la investigación sobre los cursos de nivelación es abundante, especialmente desde la década de 1970, el conocimiento acerca de su efectividad es ambigua en el mejor de los casos (Bailey 2009; Bettinger, Barquero, y Long 2013; Kurlaender y Howell 2012; Levin y Calcagno 2008). Las primeras investigaciones se centraron principalmente en las comparaciones simples entre los estudiantes que hacían y no hacían nivelación. Mientras estos análisis fueron útiles para proporcionar contexto, raramente dieron una comprensión profunda de las complejas relaciones entre la nivelación y los resultados postsecundaria. Es difícil evaluar el impacto de la nivelación porque los estudiantes que hicieron cursos de nivelación poseen muchas características que están asociadas tanto con su necesidad de nivelación como su probabilidad de éxito en la universidad. Con estas características, es probable que a los estudiantes de cursos de nivelación, en ausencia de intervención, les vaya peor que los que no asisten a tales cursos. Una evaluación informativa del impacto de la nivelación en los resultados de postsecundaria requiere un grupo de comparación que sea tan similar como sea posible en características y condiciones preexistentes a los que hacen cursos de nivelación, controlando de esta manera posibles sesgos.

En los últimos años, la investigación ha comenzado a emplear métodos más rigurosos para hacer frente a estos retos metodológicos. Los resultados han sido mixtos. Mientras que algunos estudios no encontraron efectos significativos de remediación sobre la retención, la transferencia y la obtención del título(p.e. Calcagno & Long 2008; Martorell & McFarlin 2010;

Scott-Clayton & Rodriguez 2012³²), otros revelaron que tomar cursos de nivelación mejoraba posibilidades de los estudiantes de completar cursos de nivel universitario, de persistir en la universidad y obtener un título, siendo los efectos particularmente evidentes para los estudiantes que completaron con éxito cursos de nivelación (Attewell et al 2006; Bahr, 2008, 2010; Bettinger y Long 2005; Lesik 2006). La evidencia también sugiere que los efectos de los cursos de nivelación pueden variar según el nivel de preparación académica previa, beneficiando la nivelación a los estudiantes severamente mal preparados frente a los otros (Barquero y Long 2010). A pesar de estos hallazgos, se carece de una base sustancial de conocimientos sobre la eficacia de los cursos de nivelación. Los estudios tienden a ser pequeños y por lo general se centran en un estado o una sola universidad. Algunos de los estudios más rigurosos se limitan a los estudiantes en los márgenes de la necesidad de cursos de nivelación, lo que impide la generalización de sus hallazgos a otras poblaciones y otros contextos. Por otra parte, muchos estudios no hacen un seguimiento a los estudiantes durante un período prolongado de tiempo, lo que impide el análisis de los resultados a largo plazo (Bettinger, Barquero y Long 2013; Kurlaender y Howell 2012).”

La cantidad de trabajos publicados sobre el tema es enorme, lo que hace imposible para la Comisión un relevamiento aunque sea mínimo. Sin embargo, algunos trabajos argumentan por qué ciertos artículos son buenos y se destacan frente a otros que presentan objeciones ([B08], [C16], ...), y los hemos usado como guía para seleccionar algunos resultados más abajo. Los resultados obtenidos apuntan a conclusiones diferentes, incluso en trabajos que comparten autores y que intencionadamente hemos seleccionado ([BL04], [BL08], [CL08], [BL10]) lo que indicaría que no es la metodología usada la causa de las diferencias. En esos mismos trabajos intentan explicarse las diferencias, y lo atribuyen a diferencias en los puntos de corte de los estudiantes para acceder al curso de nivelación, o que algún trabajo tiene como universo instituciones de cuatro años solamente y otro incluye además de dos años. De todas formas, aún teniendo en cuenta la variable duración de la carrera, los resultados siguen presentando diferencias en lo que respecta a la efectividad de los cursos de nivelación.

4.1. Trabajo de Bettinger et al. [BL04].

El trabajo se dirige a estudiar dos efectos, por un lado, el efecto de que un estudiante sea colocado en un curso de nivelación, por otro, cuál es el resultado sobre los estudiantes que realmente completan el curso de nivelación.

- Los resultados obtenidos en el estudio apuntan a sugerir que los estudiantes inscriptos en cursos de nivelación son más susceptibles al abandono, o que se transfieran a un instituto de menor nivel que estudiantes similares que no hacen un curso de nivelación. La nivelación podría servir como un mecanismo de reordenar los estudiantes: cuando los estudiantes se inscriben en una institución pueden sobrestimar su nivel de habilidad. Ser colocado en un curso de nivelación sirve como una señal, y puede impulsar a los estudiantes a reevaluar su elección. Muchos estudiantes ubicados en un curso de nivelación no terminan los cursos.
- Los resultados sugieren que la nivelación exitosa reduce la tasa de abandono. Sin embargo, a los estudiantes que hicieron un curso de nivelación les llevó un tiempo mayor de

³²En la bibliografía se indica una republicación de ese mismo trabajo, hecha en el 2015: [SCR15].

completar su título de grado. Después de transitar por los cursos de nivelación, la mayoría persisten en el colegio que eligieron, pero algunos se transfieren a carreras de dos años de duración.

4.2. Trabajo de Attewell et al. [ALDL06].

En 1988 se tomó una muestra representativa de estudiantes del octavo grado³³ de los Estados Unidos a los que se les hizo un seguimiento hasta el año 2000, ese universo es el que tomaron Attewell et al. Se obtuvieron diversos resultados, se señala el siguiente: “En general, sin embargo, hay evidencia entre los estudiantes ingresantes de las universidades dos años que aprobaron los cursos de nivelación de que tuvieron mejores resultados que los estudiantes similares que no hicieron cursos de nivelación. Esta imagen positiva de los cursos de nivelación, sin embargo, no se ha transferido a la universidad de cuatro años (la parte inferior de la Tabla 6). En su lugar, observamos que los estudiantes en cursos universitarios de cuatro años que completaron el curso de nivelación de lectura se graduaron en aproximadamente la misma proporción de estudiantes similares que no tomaron nivelación de lectura (diferencia 7%). Para la nivelación de escritura, los análisis fueron mixtos, con el modelo convencional que indica un 4% de desventaja, mientras que el modelo de inclinación no indica diferencia significativa entre los que tomaron curso de nivelación de escritura. Por último, parecería no haber diferencia significativa entre los estudiantes que completaron nivelación de matemática y los estudiantes que nunca la tomaron. En suma, había evidencia positiva de que los estudiantes que completaron exitosamente los cursos de nivelación en universidades de dos años ganaron de ese curso. No hubo tal evidencia positiva sobre la nivelación en universidades de cuatro años.”

4.3. Trabajo de Lesik [L06].

La autora trabaja con 2.000 estudiantes de una universidad con carreras de cuatro años. “Usando el diseño de regresión discontinua y una estrategia de variables instrumentales para modelar el sesgo de selección, concluí que la participación en un programa de nivelación en matemática aumenta significativamente las probabilidades de completar con éxito el curso de matemáticas de nivel universitario en el primer intento. Por otra parte, la estimación del efecto del tratamiento fue robusto a supuestos pesimistas tales como que algunos estudiantes podrían no participar en un curso de matemáticas de nivel universitario en absoluto, de que los estudiantes recibirían cantidades diferentes de tratamiento, de que los estudiantes seleccionarían diferentes cursos de matemáticas de nivel universitario, y a los estudiantes que sesgaron la muestra por no tomar los cursos de matemática de nivel universitario durante su primer año.”

4.4. Trabajo de Bahr [B08].

El trabajo estudia cerca de 90.000 estudiantes de un centenar de communities colleges. Sus resultados apuntan a que “...los estudiantes que tienen éxito en sus cursos de nivelación (alcanzan la habilidad matemática de nivel universitario) exhiben un logro académico a largo plazo (finalización de créditos y transferencia) que es comparable a la de los estudiantes que logran habilidad matemática de nivel universitario sin necesidad de cursos de nivelación. Recíprocamente, los estudiantes que no tienen éxito con sus cursos de nivelación [...] experimentan

³³Es equivalente a segundo año de ciclo básico de secundaria.

resultados que son considerablemente menos favorables. Por lo tanto, es claro que los cursos de nivelación de matemática son extremadamente eficaces para estudiantes que tienen éxito en ellos.”

4.5. Trabajo de Bettinger et al. [BL08].

El universo es de 28.000 estudiantes de instituciones públicas de dos y cuatro años de Ohio. “Nuestras estimaciones sugieren que los cursos de nivelación tienen un impacto positivo en los resultados de los estudiantes universitarios sin preparación adecuada. Los estudiantes colocados en la nivelación son más propensos a persistir en comparación con los de los estudiantes universitarios con orígenes y puntajes similares que no estaban obligados a tomar los cursos. También es menos probable que se transfieran a un nivel inferior o universidad menos selectiva, y más probable que completen un grado de cuatro años. Estos resultados difieren de trabajos anteriores que se centraron en la nivelación en matemática en universidades de cuatro años. El análisis previo rastreó a los estudiantes solamente cuatro años y exploró los posibles resultados de la nivelación en cuanto a la reorientación de los estudiantes con baja preparación a universidades menos selectivas. Por el contrario, este documento rastrea los estudiantes durante seis años, incluye tanto los universidades de cuatro y dos años, y se centra en los estudiantes en el margen de necesitar los cursos.”

4.6. Trabajo de Calcagno et al. [CL08].

El trabajo se hizo en base a 100.000 estudiantes de instituciones de dos años en el estado de Florida. “Los resultados sugieren que los cursos de nivelación de matemática y de lectura tienen beneficios mixtos. Ser asignado a la nivelación parece aumentar la persistencia para el segundo año y el número total de créditos para los estudiantes al margen de necesitar la nivelación, pero no aumenta el completar créditos de nivel universitario o la obtención final del título. Tomados en conjunto, los resultados sugieren que la nivelación podría promover la persistencia temprana en la universidad, pero no ayuda necesariamente a los estudiantes que están en el margen de pasar el corte de la nivelación, el progreso a largo plazo para obtener un título. [...] Aunque efectos mucho más positivos fueron encontrados en Ohio (Bettinger & Long en preparación³⁴), también encontramos que la nivelación parece aumentar la persistencia de los estudiantes, pero de forma similar al estudio sobre los estudiantes en Texas (Martorell & McFarlin, 2007), encontramos que este incremento de la persistencia solo tiene un impacto mínimo en la obtención del título. Las diferencias existen en los efectos a través de estos estudios, pueden deberse en parte a las diferentes poblaciones de estudiantes bajo análisis. Por ejemplo, este estudio incluye casi todo el universo de los estudiantes que buscan por primera vez el grado en Florida, mientras que Bettinger y Long (en preparación³⁴) se concentraron en los estudiantes universitarios en edad tradicional³⁵ a los que se les permitió completar su nivelación, ya sea en instituciones públicas de dos o cuatro años. Además, los estados difieren en donde se localizan el punto de corte para la colocación en la nivelación, y por lo tanto es probable que esto genere poblaciones ligeramente diferentes de ‘estudiantes en el margen de pasar el corte’. Los tres estudios (Florida, Ohio y Texas) se centran en este estudiante marginal, las diferencias en el punto de corte podrían explicar potencialmente diferencias encontradas en los resultados.”

³⁴ Se refiere a [BL08], que hemos examinado.

³⁵ Significa entre 18 y 23 años.

4.7. Trabajo de Martorell et al. [MMF10].

Este trabajo tiene como universo estudiantes de carreras de dos y cuatro años del estado de Texas. “Nuestros resultados proporcionan poca indicación de que los estudiantes se benefician de la nivelación. Para una amplia gama de resultados académicos y en una variedad de subgrupos, los efectos estimados de la nivelación son pequeños en magnitud y estadísticamente insignificantes. En todo caso, nos encontramos con algunas evidencias de que la nivelación podría empeorar los resultados de algunos estudiantes. [...] Aunque nuestra estrategia empírica proporciona estimaciones fiables de los efectos de la nivelación, es importante reconocer que nuestras estimaciones son más pertinentes para los estudiantes con resultados cercanos al punto de corte nivelación-colocación y cuya participación en la nivelación se ve afectada por caer por encima o por debajo del punto de corte. Como con todos los otros diseños basados en la discontinuidad, nuestras estimaciones podrían no ser aplicables a los estudiantes con resultados muy lejos del punto de corte de pasar, y en particular el efecto de nivelación para los estudiantes de muy baja habilidad podrían ser diferentes de lo que se reporta en este documento. Sin embargo, el grupo marginal es interesante porque una gran parte de los estudiantes que van a cursos de nivelación puntúan relativamente cerca de la calificación requerida para aprobar. Por otra parte, el punto de corte cambió durante nuestro período de estudio, lo que nos permitió examinar los efectos en diferentes puntos de la distribución de la capacidad. Como no encontramos evidencia de los efectos positivos de nivelación bajo cualquier punto corte, nuestros hallazgos pueden tener mayor validez externa que la típica con un diseño de regresión discontinua.”

4.8. Trabajo de Boatman et al. [BL10].

Este trabajo concluye que: “Los resultados sugieren que los cursos de nivelación y de desarrollo difieren en su impacto por el nivel de preparación de los estudiantes. Al igual que en otras investigaciones, encontramos efectos negativos para los estudiantes que están en los márgenes de la necesitar nivelación. Sin embargo, en el otro extremo del espectro de la capacidad académica, los efectos negativos de la nivelación fueron mucho más pequeños y ocasionalmente positivos. Estos resultados sugieren que los cursos de nivelación y de desarrollo ayudan o impiden a los estudiantes de manera diferente dependiendo de su nivel de preparación académica. [...] En los cursos de escritura, hemos encontrado efectos positivos para los situados en el nivel inferior, cursos de nivelación en relación con las personas puestas en cursos de desarrollo. Por ejemplo, los estudiantes en los niveles más bajos de la escritura persistieron hasta la universidad y alcanzaron el grado en mayor proporción que sus compañeros en el curso de nivel siguiente más alto. Podría ser que las habilidades obtenidas por medio de los cursos de nivelación de escritura son tan importantes para el éxito en otros cursos que la adquisición de estas habilidades resulta en un mejor rendimiento académico y la persistencia en el largo plazo. Los estudiantes que recibieron cursos de nivelación de escritura también recibieron grados más altos en su primer curso de escritura a nivel universitario, lo que indica que algunos cursos de nivelación son realmente útiles en la preparación para el trabajo de nivel universitario.”

4.9. Trabajo de Scott-Clayton et al. [SCR15].

El universo fue de estudiantes pertenecientes a seis community colleges ingresados entre 2001 y 2007. Entre otros resultados, las investigadoras concluyeron que: “...la asignación a la

nivelación no desarrolla suficientemente a las habilidades de los estudiantes con el fin de mejorar sus posibilidades de éxito a nivel universitario. Esto no quiere decir, necesariamente, que los estudiantes que completen un curso de recuperación no experimenten beneficio, pero cualquiera que sea el beneficio que puedan experimentar se arruina por los efectos negativos o nulos para los estudiantes que están asignados a la nivelación pero nunca completan la secuencia.”

4.10. Trabajo de Chen [C16].

El trabajo estudia estudiantes que comenzaron su educación postsecundaria en 2003-04 por un total de 6 años, hasta el 2009. Separa los resultados de cursos de instituciones de dos años de las de cuatro años. Sus resultados se pueden resumir de la siguiente manera:

- El completar cursos de nivelación está asociado con resultados postsecundarios positivos.
- No todos los estudiantes que completaron cursos de nivelación experimentaron resultados favorables una vez que se controlaron varias características demográficas, académicas, de inscripción y contextuales en el análisis multivariado. Por ejemplo, después de controlar características relacionadas, los estudiantes de cursos de nivelación de matemática con débil preparación académica previa, sobrepasaron sus contrapartes sin curso de nivelación de matemática en muchas áreas. Pero no se observó lo mismo para estudiantes que completaron el curso de nivelación con preparación moderada o fuerte, comparados con sus contrapartes con características similares pero que no realizaron el curso de nivelación.
- Los resultados de los estudiantes que completaron parcialmente (aprobaron alguno pero no todos) los cursos de nivelación también variaron en función de su preparación académica previa.
- Los estudiantes que no completaron los cursos de nivelación quedaron detrás de sus contrapartes equivalentes que no realizaron cursos de nivelación, pero aquellos con preparación moderada o fuerte quedaron aún más rezagados detrás de sus homólogos que no realizaron los cursos de nivelación.

5. Acciones sobre los cursos de nivelación.

Son amplias las dudas sobre la efectividad de los cursos de nivelación. No todos los cursos de nivelación producen los resultados esperados. Hay ejemplos de cursos de nivelación con un funcionamiento inicial no satisfactorio, a los cuales hubo que agregar algunos elementos para mejorar su funcionamiento. A título de ejemplo, se señala la referencia [GKMC15], en la se incluyeron tutorías entre pares para obtener buenos resultados tanto de retención, como de índices de aprobación. Uno de los problemas que se le señalan a los cursos de nivelación es el del abandono, en [V10] se lee: “Lo más preocupante de todo es que la tasa de finalización de estudios universitarios para los estudiantes que se inscriben en clases de nivelación es extremadamente baja. De acuerdo con el Departamento de Educación de EE.UU., sólo el 17 % de los graduados de enseñanza media que requieren por lo menos una curso de recuperación de lectura y un 27 % de los que requieren curso de nivelación de matemática obtienen un título de grado.” Las causas son múltiples: “La investigación indica que algunos estudiantes que no

lo necesitan son colocados en cursos de nivelación” (ver [JS14]), otras veces sucede que, sin ganar créditos, sienten “...el estigma y la frustración de tener que volver a ver material de enseñanza media, a menudo enseñado de la misma manera que en el liceo, lo que con frecuencia conduce a desanimarse y abandonar los estudios.” (tomado de [CCEJ12], página 4) Veremos, sin ser exhaustivos, algunas acciones modificando o tratando de mejorar los resultados de los cursos de nivelación.

En el artículo, [LC07], aparecen los siguientes conceptos: “El objetivo de este trabajo es proporcionar un marco conceptual para la evaluación de los programas de cursos de nivelación. Con base en la literatura previa, revisamos una lista de ingredientes para intervenciones exitosas, presentamos una serie de enfoques para la nivelación que hacen uso de estos ingredientes, discutimos diseños alternativos de investigación para las evaluaciones sistemáticas, y enumeramos los requisitos básicos de datos. [...] Sobre la base de la literatura anterior sobre la nivelación en la educación superior y la educación de adultos, Koski y Levin (1998) hallaron que los siguientes ingredientes son centrales para tener éxito en el diseño de intervenciones exitosas para los estudiantes con baja preparación para la educación superior:

- **Motivación:** construyendo sobre los intereses y objetivos de los estudiantes y suministrando crédito institucional hacia los títulos o certificados.
- **Substancia:** construyendo habilidades dentro de un contexto sustantivo o del mundo real, en contraposición a un enfoque más abstracto.
- **Indagación:** desarrollando las habilidades de indagación e investigación de los estudiantes para ayudarlos a aprender otras materias y áreas sobre las que pudieran ser curiosos.
- **Independencia:** animar a los alumnos a hacer meandros independientes dentro de la estructura del curso para desarrollar sus propias ideas, aplicaciones y entendimientos.
- **Múltiples Enfoques:** el uso de la colaboración y el trabajo en equipo, la tecnología, tutorías y la investigación independiente apropiados a las necesidades del estudiante.
- **Altos Estándares:** el establecimiento de altas expectativas y nivel que se adapte a todos los estudiantes si hacen esfuerzos y se les da recursos suficientes para apoyar su aprendizaje.
- **Resolución de Problemas:** Viendo el aprendizaje menos como una tarea enciclopédica y más como una forma de determinar lo que necesita ser aprendido y cómo, para luego implementar ‘el cómo’.
- **Conectividad:** haciendo hincapié en los vínculos entre las diferentes materias y experiencias y cómo pueden contribuir al aprendizaje en lugar de ver cada materia y la experiencia de aprendizaje como aislada e independiente.
- **Contexto de apoyo:** Reconociendo que en un alto grado el aprendizaje es una actividad social, que se nutre de sana interacción social, estímulo y apoyo.”

El artículo [BS09], en su primera parte retoma los conceptos del trabajo anteriormente expuesto (señalamos que el artículo anterior es estadounidense, el presente artículo es europeo), y además tiene una segunda parte orientada muy especialmente a estudiar las potencialidades y obstáculos del uso de las TICs en cursos de nivelación.

En el reporte [RS11] se desarrollan cuatro estrategias exitosas para mejorar el éxito estudiantil en los cursos de nivelación:

- Intervenciones dirigidas a ayudar a los estudiantes a evitar los cursos de nivelación mediante el fortalecimiento de sus habilidades antes de inscribirse en la universidad. (Por ejemplo, cursos de verano).
- Intervenciones diseñadas para acelerar el progreso de los estudiantes a través de los cursos de nivelación al acortar el tiempo o el contenido de sus cursos de nivelación.
- Programas que proporcionan habilidades básicas contextualizadas junto con cursos de cursos profesionales o universitarios.
- Programas que mejoran los apoyos para los estudiantes de cursos de nivelación, tales como asesoramientos o tutorías.

Algunas críticas van más allá, y buscan superar los cursos de nivelación. En [BW04] se lee: “La insatisfacción con el éxito del estudiante ha causado una crisis de los cursos de nivelación. Críticas desde dentro y fuera de los cursos se cuestionan si realmente los cursos de nivelación preparan a los estudiantes para el trabajo futuro o la universidad, incluso si son propiamente parte de la misión de la universidad. En este artículo se revisa la investigación y se presenta información de que los cursos de nivelación deberían redefinir sus principios básicos y sus conceptos clave para revitalizar la teoría y la práctica en el campo.” Buscando atenuar los altos índices de abandono en los cursos de nivelación de los “community colleges” (ver [JS14]), y otros defectos, cuatro instituciones (estatales y no estatales) crearon un documento ([CCEJ12]) en el que establecieron siete principios para transformar los cursos de nivelación. Esos principios se están llevando a la práctica en algunos estados, según surge en el artículo [V14]. En dicho artículo se lee la siguiente observación: “En el corazón de la nueva investigación y la práctica mejorada está el darse cuenta que colocar a los estudiantes en secuencias de cursos de múltiples semestres, sin créditos como un requisito para la inscripción en el nivel universitario hace que la mayoría de los estudiantes se salgan del sistema y no entren a los cursos universitarios. [...] Definida en términos generales, la ‘nivelación correquisito’ es la entrega de apoyo académico a los estudiantes con baja preparación académica, mientras que están aprendiendo contenidos de grado en la misma materia. Por ejemplo, en el modelo de apoyo ‘correquisito’, un estudiante universitario evaluado debajo de la universidad en Inglés, podría inscribirse simultáneamente en un curso inicial de grado de Inglés al mismo tiempo que tiene un curso de apoyo de Inglés en el mismo semestre. La ‘nivelación correquisito’ es más que una técnica de educación de nivelación; es un rediseño fundamental del sistema de apoyo a los estudiantes con baja preparación académica. Al involucrar a los estudiantes de inmediato en el contenido de cursos iniciales a la universidad y la prestación de apoyo en un estilo ‘justo a tiempo’, la ‘nivelación correquisito’ elimina la falla estructural de secuencias de nivelación de requisitos previos. En efecto, la ‘nivelación correquisito’ apoya a los estudiantes universitarios por admitirlos a la universidad y al trabajo de nivel universitario, donde la nivelación tradicional deja entrar a los estudiantes a largas secuencias de cursos de nivelación que no cuentan créditos para la universidad, que deben ser completados antes de que el estudiante pueda entrar en un curso inicial en esa materia.”

En un plano más general, hay algunas observaciones que también pueden aplicarse a los cursos de nivelación. En [NBS10], página 2-11 se lee: “La investigación sobre cómo aprenden los estudiantes, así como la preocupación por el número de jóvenes que entran en Ciencia e Ingeniería (C & I), han impulsado numerosos esfuerzos para mejorar los materiales y las prácticas de enseñanza y para evaluar la eficacia de las reformas curriculares (Fortenberry et

al., 2007; Lewis y Lewis 2008; Quitadamo et al 2008) . Innovadores de la educación en todos los campos de C & I están examinando los problemas en el diseño de aprendizaje de los estudiantes y la forma de resolverlos mediante la integración del conocimiento disciplinario y la investigación en educación. Muchos de estos nuevos métodos implican una mayor interacción entre estudiantes y profesores, la mejora de la tecnología, el trabajo en equipo, y aplicaciones a problemas del mundo real (Brainard 2007). Muchos de los métodos más nuevos para mejorar la comprensión del proceso científico y los conceptos fundamentales por parte del estudiante no son ampliamente adoptados, aunque la investigación indica que son eficaces. Las universidades y los departamentos están a menudo despreocupados o resistentes a los nuevos modelos de instrucción, y a menudo están faltando fuertes incentivos para mejorar la enseñanza (Brainard 2007).” Yendo ahora a la matemática, la referencia [SEFI13] presenta elementos interesantes de algunos aspectos de la enseñanza de la matemática en las carreras de ingeniería en general, que pueden tenerse en cuenta como insumo en particular (no exclusivamente) para un curso de nivelación.

6. Conclusiones.

La evidencia muestra que el “Problema de la Matemática” es altamente complejo, y que no parece tener soluciones fáciles. No deja de haber respuestas que han sido exitosas, pero aún hay instituciones de peso que no han alcanzado un estado de “régimen”, y siguen buscando mejores respuestas a las que ya puedan haber alcanzado. No es posible resolver un problema si no se entiende, sería bueno tener una relación de las dificultades específicas en matemática que presentan los estudiantes, fijando expectativas realistas, previo al diseño de cualquier intento de solución.

En particular, debe tenerse en cuenta no solamente adquisición de contenidos, sino también de habilidades para trabajar con esos contenidos en cualquier diseño que se pueda hacer de una solución, en forma consistente con lo expuesto en las Secciones 3 y 5.

El avance en adquisición de conocimientos y habilidades es individual, y no parece razonable esperar que todos o incluso la mayoría de los estudiantes provenientes de la enseñanza media las hayan obtenido con un nivel suficiente como para que la facultad pueda prescindir de este aspecto. En [HS00] se lee “El descenso en las habilidades básicas no es culpa de los docentes de la enseñanza media. En comparación con sus predecesores, tienen que entregar un currículo diferente, en circunstancias muy diferentes y difíciles, a cohortes de estudiantes muy diferentes. Desde la educación primaria hasta la educación terciaria, los docentes comparten el objetivo común de inspirar a los jóvenes a tomar la matemática en serio y a aprenderla bien. Necesitan trabajar juntos y apoyarse mutuamente para proporcionar a los estudiantes un currículo coherente y una experiencia matemática positiva a lo largo de su educación.”

Los cursos de nivelación son ampliamente empleados en el mundo, aunque su efectividad sigue siendo controvertida a pesar de los esfuerzos realizados para investigarla. La investigación al respecto muestra resultados variados, que van desde estudios que no muestran impacto, hasta otros en que muestran mejoras en completar cursos de nivel universitario, persistir en la universidad y obtener un título, aunque es de señalar que incluso algunos de estos trabajos muestran un incremento en la duración de la carrera, y un incremento en el abandono. De cualquier forma, no es razonable concluir genéricamente que los cursos de nivelación son buenos o son malos, todo depende del diseño que se haga del mismo. Si la Facultad se volcara por la

implementación de un curso de nivelación, teniendo en cuenta de que hay fuertes indicaciones que señalan que la retención estudiantil es uno de los aspectos débiles de los mencionados cursos, se sugiere tener este aspecto en consideración.

7. Referencias (vínculos a abril 2017)

- [ALDL06] P. ATTEWELL, D. LAVIN, T. DOMINA y T. LEVEY, *New Evidence on College Remediation*, The Journal of Higher Education, 77-5, 2006, pp. 886-924, <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.393.313&rep=rep1&type=pdf>
- [ALP05] W. ÁLVAREZ, E. LACUÉS y M. PAGANO, *Diseño de un curso nivelación al ingreso a la universidad, a partir de la caracterización del perfil de los ingresantes*, Acta Latinoamericana de matemática educativa, 19, 2005, pp. 514-520, <http://www.matedu.cicata.ipn.mx/documentos/alme/alme19.pdf>
- [ARHS14] P. ANDREWS, A. RYVE, K. HEMMI y J. SAYERS, *PISA, TIMSS and Finnish mathematics teaching: an enigma in search of an explanation*, Educational Studies in Mathematics, 87(1), pp. 7-26, http://sites.nationalacademies.org/cs/groups/pgasite/documents/webpage/pga_173468.pdf
- [B08] P. R. BAHR, *Does Mathematics Remediation Work?: A Comparative Analysis of Academic Attainment among Community College Students*, Research in Higher Education, 49, 2008, pp. 420-450, <http://ncde.appstate.edu/sites/ncde.appstate.edu/files/Bahr1.pdf>
- [B99] H. R. BOYLAN, *Exploring alternatives to remediation*, Journal of developmental education, 22-3, 1999, pp. 2-10, Disponible en Timbó
- [BDBM83] R. BLANC, L. E. DEBUHR y D. C. MARTIN, *Breaking the attrition cycle. The effects of supplemental instruction on undergraduate performance and attrition*, Journal of Higher Education, 54-1, 1983, pp. 80-90, Disponible en Timbó
- [BHT08] G. BRANDELL, K. HEMMI y H. THUNBERG *The widening gap-A Swedish perspective*, Mathematics Education Research Journal, 2008, 20-2, pp. 38-55 <http://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ820233.pdf>
- [BL04] E. BETTINGER y B. T. LONG, *Shape Up or Ship Out: The Effects of Remediation on Students at Four-Year Colleges*, 2004, National Bureau of Economic Research, Working Paper No. W10369, https://www.researchgate.net/publication/5184995_Shape_Up_or_Ship_Out_The_Effects_of_Remediation_on_Students_at_Four-Year_Colleges

- [BL08] E, P. BETTINGER y B. T. LONG, *Adressing the needs of underprepared students in higher education. Does college remediation work?*, The Journal of human resources, 44-3, 2008, pp. 736-771, <http://isites.harvard.edu/fs/docs/icb.topic1233354.files/Bettinger%20Long%202009%20Adressing%20the%20Needs%20of%20Under-prepared%20-%20JHR.pdf>
- [BL10] A. BOATMAN y B. T. LONG, *Does remediation work for all students? How the effects of postsecondary remedial and developmental courses vary by level of academic preparation*, 2010, New York, <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED512610.pdf>
- [BS09] L. BRANTS y K. STRUYVEN, *Literature review on online remedial education: a european perspective*, Industry and higher education, 23(4), 2009, pp. 269-276,
- [BW04] T. BROTHEN y C. A. WAMBACH, *Refocusing developmental education*, Journal of developmental education, 28-2, 2004, pp. 16-33, <http://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ718687.pdf>
- [C16] X. CHEN, *Remedial Coursetaking at U.S. Public 2- and 4-Year Institutions: Scope, Experiences, and Outcomes*, 2016, U.S. Department of Education. Washington, DC, National Center for Education Statistics, <https://nces.ed.gov/pubs2016/2016405.pdf>
- [CCEJ12] CHARLES A. DANA CENTER, COMPLETE COLLEGE AMERICA, INC., EDUCATION COMMISSION OF THE STATES y JOBS FOR THE FUTURE, *Core principles for transforming remedial education: a joint statment*, Reporte, 2012, [http://www.utdanacenter.org/downloads/spotlights/STATEMENT_Core_Principles_\(final\).pdf](http://www.utdanacenter.org/downloads/spotlights/STATEMENT_Core_Principles_(final).pdf)
- [CL08] J. C. CALCAGNO y B. T. LONG, *The impact of postsecondary remediation using a regression discontinuity approach: addressing endogenous sorting and non-compliance*, 2008, National Bureau of Economic Research (NBER). Cambridge, MA, Working Paper No. 14194, <http://www.nber.org/papers/w14194.pdf>
- [DRL14] O. DUARTE, G. RODRÍGUEZ y C. LÓPEZ, *Curso piloto intensivo de nivelación en matemáticas para admitidos a programas de Ingeniería en la Universidad Nacional de Colombia.*, 2014, trabajo presentado en el Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación, Buenos Aires, Argentina, 12, 13 y 14 de noviembre de 2014, https://www.google.com.uy/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEwjqrKjAhs3TAhWLIJAKHV3cD8kQFgggMAA&url=http%3A%2F%2Fwww.oei.es%2Fhistorico%2Fcongreso2014%2Fmemoriactei%2F1572.pdf&usg=AFQjCNFegx00IRKbeTIESZ9rGJkxYU_Gzg
- [GHRV98] M. DE GUZMAN, B. R. HODGSON, A. ROBERT y V. VILLANI, *Difficulties in passage from secondary to tertiary education*. In G. Fischer & U. Rehmann (Eds.), *Proceedings of the International Congress of Mathematicians 1998* (Vol III: pp. 747-762). Berlin: Documenta Mathematica. <http://www.mat.ucm.es/catedramdeguzman/old/05edumat/icm98berlin/ICM98.htm>

- [GKJ04] N. GRUENWALD, S. KLYMCHUK y Z. JOVANSKI *Reducing the gap between the school and university mathematics: University lecturers' perspective*, The New Zealand Mathematics Magazine 41(3), 2004, pp.12-24 <http://aut.researchgateway.ac.nz/bitstream/handle/10292/8391/Reducing%20the%20Gap-NZMM-2004-pre-publication.pdf?sequence=4&isAllowed=y>
- [GKMC15] M. GEORGE, L. KHAZANOV y C. MCCARTHY, *Peer Coaching of At-Risk Students in a Remedial Mathematics Course*, Community College Journal of Research and Practice, 39, 2015, pp. 1022-1038
- [GL05] R.W. GRAFF y P.R. LEIFFER, *Student observations over the last 25 years*, Junio, 2005, Portland, Oregon, Proceedings of the 2005 American Society for Engineering Education Conference & Exposition, <https://peer.asee.org/student-observations-over-the-last-25-years.pdf>
- [HS00] T. HAWKES y M. SAVAGE, *Measuring the Mathematics Problem*, 2000, Engineering Council (UK), <http://www.engc.org.uk/EngCDocuments/Internet/Website/Measuring%20the%20Mathematic%20Problems.pdf>
- [JS14] S. S. JAGGARS y G. W. STACEY, *What we know about developmental education outcomes: Research overview*, 2014, Community College Research Center, Teachers College, Columbia University, <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED565668.pdf>
- [K02] C. KOZERACKI, *Issues in developmental education*, Community college review, 29(4), 2002, pp. 83-100
- [KB15] N. KLINGBELL y A. BOURNE, *The Wright state model for engineering mathematics education: longitudinal impact on initially underprepared students*, Paper ID #13229, junio 14-17, 2015, 122nd ASEE annual conference & exposition, Seattle, WA, <https://www.google.com/uy/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=4&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEwihpsPYkKTTAhUEhpAKHejbB8EQFgg4MAM&url=https%3A%2F%2Fwww.asee.org%2Fpublic%2Fconferences%2F56%2Fpapers%2F13229%2Fdownload&usg=AFQjCNGl5DIZkeUq-bm5PWvagngmKaC0TQ>
- [L06] S. A. LESIK, *Applying the regression-discontinuity design to infer causality with non-random assignment*, The Review of Higher Education, 30-1, 2006, pp. 1-19
- [LBBW97] W. K. LEBOLD, D.D. BUDNY y S. K. WARD, *Using student self-concepts in placement and evaluation*, 1997, Milwaukee, Wisconsin, ASEE Annual Conference Proceedings, <https://peer.asee.org/using-student-self-concepts-in-placement-and-evaluation.pdf>
- [LC07] H. M. LEVIN y J. C. CALCAGNO, *Remediation in the community college: an evaluator's perspective*, 2007, Community College Research Center, Teachers College, Columbia University, <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED499923.pdf>

- [LIR95] LONDON MATHEMATICAL SOCIETY, INSTITUTE OF MATHEMATICS AND ITS APPLICATIONS y ROYAL STATISTICAL SOCIETY *Tackling the mathematics problem*, 1995. http://mei.org.uk/files/pdf/Tackling_the_Mathematics_Problem.pdf
- [M08] M. MÍGUEZ *Análisis de las relaciones entre proceso motivacional, estrategias de aprendizaje y rendimiento académico en estudiantes del área Científico-Tecnológica de la Universidad de la República*, 2008, Tesis de doctorado, Facultad de Química, Universidad de la República, https://www.fing.edu.uy/sites/default/files/Tesis_MarinaMiguez.pdf
- [MBDMG15] P. MUNSCH, K. W. BORLAND, A. DUBERSTEIN, M. A. MILLER, J. GILGOUR y M. WARREN, *From remediation to graduation: directions for research and policy practice in developmental education*, 2015, ACPA-College Student Educators International, <http://www.myacpa.org/sites/default/files/Developmental%20Education%20Monograph%20FINAL.pdf>
- [MCCL007] M. MÍGUEZ, C. CRISCI, K. CURIONE, S. LOUREIRO y X. OTEGUI, *Herramienta diagnóstica al ingreso a Facultad de Ingeniería: motivación, estrategias de aprendizaje y conocimientos disciplinares*, Revista argentina de enseñanza de la ingeniería, 8-14, 2007, pp. 29-37, http://www.ing.unrc.edu.ar/raei/archivos/img/arc_2011-11-23_20_47_54-143.pdf
- [MG10] C. M. MARR y M. J. GROVE (EDS.), *Responding to the mathematics problem: the implementation of institutional support mechanisms*, 2010, Published by the Maths, Stats & OR Network, ISBN 978-0-9555914-6-4, <http://www.mathcentre.ac.uk/resources/uploaded/mathssupportvolumefinal.pdf>
- [MKS08] M. HUIKKOLA, K. SILIUS y S. POHJOLAINEN, *Clustering and achievement of engineering students based on their attitudes, orientations, motivations and intentions*, WSEAS Transactions on Advances In Engineering Education, Issue 5, Volume 5, Mayo 2008, pp. 342-354, <http://www.wseas.us/e-library/transactions/education/2008/30-845N.pdf>
- [MMF10] P. MARTORELL y I. MCFARLIN *Help or hindrance? the effects of college remediation on academic and labor market outcomes*, Review of Economics and Statistics, 93(2), 2010, pp. 436-454
- [NBS10] NATIONAL SCIENCE BOARD, *Science & Engineering Indicators*, 2010, National Science Foundation, https://www.google.com.uy/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEwiEmZWH4prTAhWKfpAKHa0VC6IQFggYMAA&url=https%3A%2F%2Fwww.mtu.edu%2Fresearch%2Fadministration%2Fsponsored-programs%2Fenhancement%2Fpdf%2Fscience-engineering-indicators.pdf&usg=AFqjCNElfyb7IGqdhHjPLa4W_RhBrG9DYA&sig2=2a0SdNH4DqL3V832A3vGUw&bvm=bv.152174688,d.Y2I

- [NCTM00] THE NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS, *Principles and standards for school mathematics*, 2000, ISBN0-87353-480-8,
- [NDCBM16] S. B. NITE, G. D. ALLEN, R. M. CAPRARO, A. BICER y J. MORGAN, *Supporting Engineering Education Through Calculus Success*, 4-7 diciembre, 2016, Coffs Harbour, Australia, Australasian Association for Engineering Education, https://www.researchgate.net/profile/S_Nite/publication/312030834_Supporting_Engineering_Education_through_Calculus_Success/links/586cf84408ae8f9ce491b3699.pdf
- [PK09] M. C. PEDROSO y J. E. KRUCHEK, *Análise de alternativas para recuperação de fundamentos de matemática no ensino de cálculo em cursos de engenharia*, Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia, Anais, Recife, 2009, <http://www.eletrica.ufpr.br/pedroso/Artigos/Cobenge2009-Final.pdf>
- [RMD15] L. J. RODRÍGUEZ-MUNIZ y P. DÍAZ *Estrategias de las universidades españolas para mejorar el rendimiento en matemáticas del alumnado de nuevo ingreso*, 2015, Aula Abierta 43 pp. 69-76 <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0210277315000049/pdfft?md5=7c32bc99bcf43cb6d12690330d8f8048&pid=1-s2.0-S0210277315000049-main.pdf>
- [RS11] E. Z. RUTSCHOW, y E. SCHNEIDER, *Unlocking the gate. What we know about improving developmental education*, 2011, MDRC building knowledge to improve social policy, http://www.mdrc.org/sites/default/files/full_595.pdf
- [SCR15] J. SCOTT-CLAYTON y O. RODRÍGUEZ *Development, discouragement, or diversion? New evidence on the effects of college remediation policy*, *Education Finance & Policy*, 10-1, 2015, pp. 5-45, http://www.mitpressjournals.org/doi/pdfplus/10.1162/EDFP_a_00150
- [SEFI02] L. MUSTOE y D. LAWSON (EDS.), *Mathematics for the european engineer. A curriculum for the twenty-first century*, 2002, ISBN 2-87352-045-0, <http://sefi.htw-aalen.de/Curriculum/sefimarch2002.pdf>
- [SEFI13] B. ALPERS, M. DEMLOVA, C-H FANT, T. GUSTAFSSON, D. LAWSON, L. MUSTOE, B. OLSSON-LEHTONEN, C. ROBINSON y D. VELICHOVA (EDS.), *A framework for mathematics curricula in engineering education. A report of the mathematics working group.*, 2013, ISBN978-2-87352-007-6, https://dspace.lboro.ac.uk/dspace-jspui/bitstream/2134/14747/3/Competency%20based%20curriculum_v18_08072013.pdf
- [SF13] E. SERNA y G. FLÓREZ, *El razonamiento lógico como requisito funcional en ingeniería*, 2013, Eleventh LACCEI Latin American and Caribbean Conference for Engineering and Technology (LACCEI 2013) “Innovation in Engineering, Technology and Education for Competitiveness and Prosperity” August 14

- 16, 2013 Cancun, Mexico, <http://www.laccei.org/LACCEI2013-Cancun/RefereedPapers/RP221.pdf>

- [SPKMJ10] K. SILIUS, S. POHJOLAIEN, J. KANGAS, T. MIILUMÄKI y J. JOUTSENLAHTI, *What can be done to bridge the competency gap between upper-secondary school and university mathematics?*, Abril 4-6, 2010, Amman, Jordan, 2011 IEEE Global Engineering Education Conference (EDUCON) - "Learning Environments and Ecosystems in Engineering Education",
- [T90] W. P. THURSTON, *Mathematical Education*, Notices of the AMS, 37, 1990, pp. 844-850, <https://arxiv.org/pdf/math/0503081.pdf>
- [T98] V. TINTO, *Learning communities and the reconstruction of remedial education in higher education*, 1998, Stanford University, Conference on Replacing Remediation in Higher Education, <https://vtinto.expressions.syr.edu/wp-content/uploads/2013/01/Developmental-Education-Learning-Communities.pdf>
- [TBMBR12] P. A. TOLLEY, C. BLAT, C. MCDANIEL, D. BLACKMON y D. ROYSTER, *Enhancing the Mathematics Skills of Students Enrolled in Introductory Engineering Courses: Eliminating the Gap in Incoming Academic Preparation*, Journal of STEM Education, 13-3, 2012, pp. 74-86, https://www.google.com.uy/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEwjRr8eQt5XTAhVEjJAKHYd-A00QFggYMAA&url=http%3A%2F%2Fjstem.org%2Findex.php%3Fjournal%3DJSTEM%26page%3Darticle%26op%3Ddownload%26path%255B%255D%3D1684%26path%255B%255D%3D1457&usg=AFQjCNG3T_JWhfBOZTnLwrDnkK7xETgrJQ&bvm=bv.152174688,d.Y2I
- [TDHJN12] M. THOMAS, I. DRUCK, D. HUILLET, M-K. JU, E. NARDI, C. RASMUSSEN y J. XIE. (2012). *Survey Team 4: Key Mathematical Concepts In The Transition From Secondary To University*. 2012, ICME 12 Pre-Proceedings. Seoul, Korea: 12th International Congress on Mathematical Education. <https://www.math.auckland.ac.nz/~thomas/ST4.pdf>
- [UC08] UNIVERSIDAD DE CHILE, DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA, INFORME FINAL *Estudio sobre causas de la deserción universitaria*, 2008, https://www.google.com.uy/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEwjciNW_yJXTAhVG1ZAKHbl0AP4QFfgaMAA&url=http%3A%2F%2Fwww.oei.es%2Fhistorico%2Fpdf2%2Fcausas-desercion-universitaria-chile.pdf&usg=AFQjCNE89sgEKr0mEdRzVISqBVSTfVGfxA
- [V10] B. VANDAL, *Getting past go: Rebuilding the remedial education bridge to college success*, 2010 Denver, CO: Education Commission of the States. <http://www.ecs.org/clearinghouse/86/55/8655.pdf>
- [V14] B. VANDAL, *Promoting gateway course success: scaling corequisite academic support*, 2014, <http://completercollege.org/wp-content/uploads/2014/06/Promoting-Gateway-Course-Success-Final.pdf>

- [VTAN08] P. M. VILENIUS-TUOHIMAA, K. AUNOLA y J.-E. NURMI *The association between mathematical word problems and reading comprehension*, Educational Psychology: An International Journal of Experimental Educational Psychology, 2008, 28(4), pp. 409-426, https://www.researchgate.net/profile/Jari_Erik_Nurmi/publication/262868819_The_association_between_word_problems_and_reading_comprehension/links/0f31753be8e85ef9cd000000/The-association-between-word-problems-and-reading-comprehension.pdf