



Programa de Cálculo Vectorial

1. NOMBRE DE LA UNIDAD CURRICULAR

Cálculo Vectorial

2. CRÉDITOS

10 créditos.

3. OBJETIVOS DE LA UNIDAD CURRICULAR

El estudiante deberá dominar las técnicas que permitan abordar la resolución de problemas correspondientes al cálculo diferencial e integral en curvas y superficies. Además, deberá adquirir herramientas adecuadas al estudio y descripción de campos vectoriales, y saber adaptarse a situaciones que muestren cierto grado de analogía con las planteadas en el curso (como por ejemplo, aplicaciones a la física).

4. METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA

Curso teórico-práctico de régimen semestral:

- Horas teóricas: 3 horas por semana.
- Horas prácticas: 3 horas por semana.
- Horas estimadas de dedicación no presencial del estudiante: 3 horas por semana.

5. TEMARIO

1. Repaso de continuidad y diferenciabilidad de campos vectoriales:

- Límites y continuidad de funciones de \mathbb{R}^n en \mathbb{R}^m .
- Propiedades sobre límites.
- Derivadas parciales y derivadas direccionales.
- Funciones diferenciables.
- Propiedades de la diferenciabilidad.

2. Extremos absolutos y relativos:

- Extremos absolutos de funciones escalares.



- Extremos relativos de funciones escalares.
- Puntos estacionarios.
- Matriz Hessiana de un campo escalar en un punto.
- Criterio del diferencial de orden 2.
- Clasificación de formas cuadráticas.
- Criterio del diferencial de orden 2 para campos escalares de dos variables.

3. Teoremas de la función inversa y de la función implícita:

- Funciones $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ localmente invertibles.
- Teorema de la función inversa.
- Teorema de la función implícita para campos escalares.
- Teorema de la función implícita para campos vectoriales.
- Relación entre los teoremas de la función inversa e implícita.

4. Extremos condicionados:

- Máximos y mínimos condicionados de un campo escalar.
- Teorema de multiplicadores de Lagrange para una condición.
- Teorema de multiplicadores de Lagrange para varias condiciones.

5. Curvas paramétricas:

- Curvas regulares.
- Curvas simples, cerradas y cerradas simples.
- Versor tangente a una curva.
- Reparametrización de una curva.
- Curvas parametrizadas por longitud de arco.
- Teorema de reparametrización por longitud de arco.

6. Integrales de línea:

- Integrales de línea de campos escalares a lo largo de una curva.
- Propiedades de la integral de línea de campos escalares.
- Integrales de línea de campos vectoriales a lo largo de una curva.
- Propiedades de la integral de línea de campos vectoriales.



7. Campos gradientes:

- Campos de gradientes y potenciales escalares.
- Campos escalares con gradiente cero.
- Relación entre potenciales escalares de un mismo campo.
- Regla de Barrow para campos de gradientes.
- Campos conservativos.
- Caracterización de campos conservativos vía campos de gradientes.

8. Teorema de Green:

- Teorema de Green para campos vectoriales $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$.
- Cálculo del área de una región plana por medio del teorema de Green.
- Teorema de Green generalizado.
- Invariancia de la integral de línea respecto a homotopías.

9. Superficies paramétricas:

- Parametrizaciones de superficies en \mathbb{R}^3 .
- Superficies regulares.
- Vectores tangentes a una superficie regular.
- Área de una superficie regular.

10. Integrales de superficie:

- Integral de superficie de campos escalares sobre una superficie regular.
- Propiedades de la integral de superficie de campos escalares.
- Cambios de coordenadas en integrales de superficie de campos escalares.
- Integral de superficie de campos vectoriales sobre una superficie regular.
- Propiedades de la integral de superficie de campos vectoriales.

11. Teorema de Stokes:

- Teorema de Stokes para campos vectoriales $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$.
- Ley de Faraday.
- Ley de Ampère.
- Caracterización de campos de gradientes usando el teorema de Stokes.



12. Rotacional y divergencia:

- Rotacional de un campo vectorial $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$.
- Propiedades del operador rotacional.
- Condición necesaria para que un campo vectorial sea de gradientes.
- Campos con rotacional cero.
- Dominios convexos y simplemente conexos.
- Divergencia de un campo vectorial $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$.
- Propiedades del operador de divergencia.
- Campos solenoidales y campos de rotores (potencial vector).
- Caracterización de campos de rotores.

13. Teorema de la divergencia Gauss:

- Teorema de la divergencia de Gauss para campos vectoriales $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$.
- Teorema de Gauss generalizado.
- Cálculo de volúmenes.

6. BIBLIOGRAFÍA

Identificación de las publicaciones básicas y complementarias adecuadas para el buen seguimiento del curso. Se debería observar la disponibilidad de estos textos, tanto en la Biblioteca de Facultad como en el mercado. En caso de existir varios textos principales, indicar para qué tema aporta cada uno. La referencia bibliográfica deberá darse de la siguiente forma:

Tema	Básica	Complementaria
Repaso de continuidad y diferenciabilidad de campos vectoriales	(1)	(2)
Extremos absolutos y relativos	(1)	(2;4)
Teoremas de la función inversa y de la función implícita	(1)	(2;3;4)
Extremos condicionados	(1)	(2;4)
Curvas paramétricas	(1)	(2;4)
Integrales de línea	(1)	(2;3;4)
Campos de gradientes	(1)	(2;4)
Teorema de Green	(1)	(2;4)
Superficies paramétricas	(1)	(2;4)
Integrales de superficie	(1)	(2;4)
Rotacional y divergencia	(1)	(2;4)
Teorema de la divergencia de Gauss	(1)	(2;4)



6.1 Básica

1. González, Ana. (2023). Cálculo Vectorial. Notas de curso. Instituto de Matemática y Estadística “Prof. Ing. Rafael Laguardia”. Facultad de Ingeniería.

6.2 Complementaria

2. *Apostol, Tom* (2001). **Calculus. Volumen II**. Editorial Reverté. Barcelona, España.
3. *Spivak, Michael* (1988). **Cálculo en Variedades**. Editorial Reverté. Barcelona, España.
4. *Marsden, Jerrold E. y Tromba, Anthony J.* (1991). **Cálculo Vectorial**. Addison-Wesley Iberoamericana. Wilmington, Delaware, Estados Unidos.

7. CONOCIMIENTOS PREVIOS EXIGIDOS Y RECOMENDADOS

7.1 Conocimientos Previos Exigidos: Es sumamente importante el dominio de los temas de los cursos de cálculo diferencial e integral en una y varias variables, junto con los temas de álgebra lineal (resolución de sistemas de ecuaciones y teoría de espacios vectoriales y transformaciones lineales).

7.2 Conocimientos Previos Recomendados: Otros temas de álgebra lineal como diagonalización, valores y vectores propios de un operador lineal, y formas cuadráticas.



ANEXO A Para todas las Carreras

A1) INSTITUTO

Instituto de Matemática y Estadística "Prof. Ing. Rafael Laguardia".

A2) CRONOGRAMA TENTATIVO

Semana 1	Extremos absolutos y relativos (3hs. de clase)
Semana 2	Extremos absolutos y relativos (3hs. de clase)
Semana 3	Función inversa y función implícita (3hs. de clase)
Semana 4	Función inversa y función implícita (3hs. de clase)
Semana 5	Extremos condicionados (3hs. de clase)
Semana 6	Curvas paramétricas (3hs. de clase)
Semana 7	Integrales de línea (3hs. de clase)
Semana 8	Teorema de Green (3hs. de clase)
Semana 9	Teorema de Green (3hs. de clase)
Semana 10	Superficies paramétricas (3hs. de clase)
Semana 11	Integrales de superficie (3hs. de clase)
Semana 12	Integrales de superficie (3hs. de clase)
Semana 13	Teorema de Stokes (3hs. de clase)
Semana 14	Teorema de la divergencia de Gauss (3hs. de clase)
Semana 15	Cierre del curso

A3) MODALIDAD DEL CURSO Y PROCEDIMIENTO DE EVALUACIÓN

La evaluación de la unidad curricular consistirá en dos parciales teórico-prácticos teórico-prácticos de 40 y 60 puntos.

Del puntaje total obtenido al sumar los resultados de los parciales surgirán tres posibilidades:

- exoneración del examen final si el estudiante obtiene un puntaje mayor o igual a 60
- aprobación del curso si el estudiante obtiene un puntaje mayor o igual a 25 y menor a 60
- insuficiencia en el curso (por lo cual reprueba) si el estudiante obtiene un puntaje menor a 25.



A4) CALIDAD DE LIBRE

La unidad curricular permite acceder a la calidad de libre.

A5) CUPOS DE LA UNIDAD CURRICULAR

No tiene cupos.