

**Formulario de aprobación de curso de  
posgrado/educación permanente**

Asignatura: Método de Elementos Finitos

Modalidad: Posgrado   
Educación permanente

Profesor de la asignatura <sup>1</sup>: DSc. Alfredo Canelas, Grado 5, Instituto de Estructuras y Transporte (IET)

Profesor Responsable Local <sup>1</sup>: DSc. Alfredo Canelas, Grado 5, Instituto de Estructuras y Transporte (IET)

Otros docentes de la Facultad<sup>1</sup>: DSc. Ana Abreu, Grado 3, Instituto de Estructuras y Transporte (IET)

<sup>1</sup> CV si el curso se dicta por primera vez.

Programa(s) de posgrado: Maestría en Ingeniería Estructural, Doctorado en Ingeniería Estructural, Maestría en Ingeniería Mecánica

Instituto o unidad: Instituto de Estructuras y Transporte (IET)

Departamento o área: Departamento de Estructuras

Horas Presenciales: 60

Nº de Créditos: 9

Público objetivo y Cupos: Estudiantes de posgrados en Ingeniería Estructural, Ingenieros Civiles, Mecánicos, Eléctricos. Licenciados en Física o equivalentes. Sin cupos.

Objetivos: Introducir al alumno a las formulaciones variacionales de algunos problemas clásicos de valores de contorno en Ingeniería y la solución numérica de esas formulaciones utilizando el método de elementos finitos. El alumno deberá ser capaz de obtener la formulación variacional de los problemas clásicos presentados, comprender conceptualmente el funcionamiento del método de elementos finitos, y utilizar implementaciones computacionales del método para aproximaciones numéricas suficientemente precisas de la solución de un problema concreto. Finalizando el curso se presentará una introducción de la aplicación del método a un problema de valores iniciales. Dependiendo del interés de los estudiantes se podrá considerar el problema de conducción de calor en un medio sólido o un problema de dinámica en mecánica de sólidos.

Conocimientos previos exigidos: Ser egresado de Facultad de Ingeniería o institución equivalente.

Conocimientos previos recomendados: Se exigen conocimientos previos de estática, álgebra lineal y cálculo diferencial e integral en una y varias variables. Se recomiendan conocimientos de programación. Para Ingenieros Civiles se consideran necesarios conocimientos de Resistencia de Materiales y Elasticidad Lineal.

Metodología de enseñanza: El curso tendrá 2 clases semanales teórico-prácticas de dos horas de duración. El estudiante deberá dedicar además 5 horas semanales para estudio, resolución de ejercicios y realización de trabajos de laboratorio.

Descripción de la metodología:

Detalle de horas:

- Horas clase (teórico): 42
  - Horas clase (práctico): 10
  - Horas clase (laboratorio): 0
  - Horas consulta: 4
  - Horas evaluación: 4
    - Subtotal horas presenciales: 60
  - Horas estudio: 75
  - Horas resolución ejercicios/prácticos: 30
  - Horas proyecto final/monografía: 0
  - Total de horas de dedicación del estudiante: 135
- 

Forma de evaluación: Dos pruebas parciales, entrega de trabajos prácticos.

---

Temario:

1. Introducción: Breve historia del método. Antecedentes. Aparición y desarrollo. Importancia actual del método en los procesos de diseño y verificación estructural de las ingenierías.
2. El problema de Poisson unidimensional
  - 2.1. Formulación fuerte del problema de Poisson
  - 2.2. Mínima energía potencial total, formulación como problema de optimización
  - 2.3. Formulación variacional del problema de Poisson
  - 2.4. Equivalencia entre las tres formulaciones del problema
  - 2.5. Existencia y estabilidad de la solución.
3. El método de Galerkin
  - 3.1. Solución aproximada de la formulación variacional
  - 3.2. Propiedades de la solución de Galerkin
    - 3.2.1. Mínima energía potencial total de la solución de Galerkin
    - 3.2.2. Mínimo error de la solución de Galerkin
    - 3.2.3. Interpretación geométrica de la solución de Galerkin.
4. El método de Elementos Finitos
  - 4.1. Discretización, espacios de elementos finitos
  - 4.2. Ecuación del elemento finito, ecuación global
  - 4.3. Elementos isoparamétricos de tipo C0
  - 4.4. Integración numérica
  - 4.5. Condiciones de convergencia, estimativas del error
  - 4.6. Solución numérica en ambiente MatLab.
5. El problema de Euler-Bernoulli
  - 5.1. Formulaciones del problema
  - 5.2. Solución utilizando el método de los elementos finitos
    - 5.2.1. Condiciones de convergencia
    - 5.2.2. Elementos de tipo C1
    - 5.2.3. Solución numérica en ambiente MatLab.

6. El problema de Poisson bidimensional
  - 6.1. Formulación fuerte del problema
  - 6.2. Formulación variacional y de optimización
  - 6.3. Solución por el método de los elementos finitos
    - 6.3.1. Elementos de Lagrange y Serendip
    - 6.3.2. Condiciones de convergencia, patch test
  - 6.4. Solución utilizando el software FreeFem++
    - 6.4.1. Representación de la geometría, definición del problema, elección del espacio de elementos finitos, solución y representación gráfica de la solución
    - 6.4.2. Estimativas del error, solución utilizando mallas adaptativas.
  
7. El problema de elasticidad lineal en estado plano
  - 7.1. Formulación fuerte del problema
  - 7.2. Formulación variacional y de optimización
  - 7.3. Solución por el método de los elementos finitos
  - 7.4. Solución utilizando el software FreeFem++
  
- 8 opción a). El problema de conducción del calor
  - 8.1 Formulación fuerte e integral
  - 8.2 Método de elementos finitos utilizando semidiscretización
  - 8.3 Métodos de integración en el tiempo
  - 8.4. Solución utilizando el software FreeFem++
  
- 8 opción b). El problema de dinámica en mecánica de sólidos
  - 8.1 Formulación fuerte e integral
  - 8.2 Análisis de frecuencias naturales y modos normales de vibración
  - 8.3 Solución del problema dependiente del tiempo
  - 8.4 Método de elementos finitos utilizando semidiscretización
  - 8.5 Métodos de integración en el tiempo
  - 8.6. Solución utilizando el software FreeFem++

---

**Bibliografía:**

- A. Canelas.** Apuntes de elasticidad, 2022.
- Claes Johnson.** Numerical solution of partial differential equations by the finite element method. Reprint of the 1987 edition. Dover Publications, Inc., Mineola, NY, 2009.
- Thomas J. R. Hughes.** The finite element method. Linear static and dynamic finite element analysis. Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, NJ, 1987.
- Sussane C. Brenner, L. Ridgway Scott.** The mathematical theory of finite element methods. Third edition. Texts in Applied Mathematics, 15. Springer, New York, 2008.
- O.C. Zienkiewicz, R.L. Taylor,** The Finite Element Method, Fourth Edition. Volume 1: Basic Formulation and Linear Problems. Volume 2: Solid and Fluid Mechanics, Dynamics and Non-linearity, Mc Graw Hill, 1991.
- J.N. Reddy,** An introduction to the Finite Element Method, Mc Graw Hill, 1993.
-

**Datos del curso**

**Fecha de inicio y finalización:** primer semestre, de acuerdo con el calendario académico 2022  
(habrá reunión interna para fijar fechas)

**Horario y Salón:** martes de 18 a 20, sala posgrado IET, o en forma virtual de no ser posibles las actividades presenciales (habrá reunión inicial con los estudiantes para ajustar horarios)

**Arancel:** 0

**Arancel para estudiantes inscriptos en la modalidad posgrado:** No corresponde.

**Arancel para estudiantes inscriptos en la modalidad educación permanente:** No corresponde.

---

Montevideo, 12 de enero de 2022

Estimados miembros de la Comisión Académica de Posgrado (CAP)

Asunto: Curso 2022

Comunicamos a ustedes que el docente **Alfredo Canelas** propuso el curso de Posgrado y Educación Permanente **Método de Elementos Finitos** para ser dictado en el primer semestre (de marzo a junio) de 2022.

Habiendo analizado el programa del curso, la SCAPA-Civil avala dicha propuesta y propone se implemente el dictado del mismo.

Sin otro particular, por la SCAPA-Civil,

  
Ana Abreu

  
Jorge Peña

  
Agustín Spalvier