



UNIVERSIDAD  
DE LA REPÚBLICA  
URUGUAY

## Programa de Elementos finitos

### 1. NOMBRE DE LA UNIDAD CURRICULAR

Elementos finitos

### 2. CRÉDITOS

8 créditos

### 3. OBJETIVOS DE LA UNIDAD CURRICULAR

El objetivo general es que el estudiante comprenda los elementos básicos de la teoría del método de los elementos finitos, y que pueda utilizarlo con seguridad en la solución numérica computacional de modelos matemáticos simples de diversos problemas de la naturaleza y de la ingeniería.

### 4. METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA

La unidad curricular es semestral. Se dictarán dos clases semanales teórico-prácticas de una hora y media. El estudiante deberá además dedicar cinco horas semanales para tareas domiciliarias, en las que se incluyen horas de estudio, resolución de problemas y preparación de informes sobre trabajos computacionales realizados en grupos. En total se estiman ocho horas semanales de dedicación del estudiante.

## 5. TEMARIO

1. Introducción al método de elementos finitos. Breve historia del método: Antecedentes. Aparición y desarrollo. Importancia actual del método en los procesos de diseño y análisis en las ingenierías.
2. Introducción a la mecánica variacional. Repaso del sistema masa-resorte: Leyes de Newton, ecuación del movimiento, conceptos de potencia, trabajo y energía. El equilibrio y sus formulaciones alternativas: Balance de fuerzas, balance de trabajo virtual, energía potencial total estacionaria.
3. El problema de elasticidad unidimensional. Formulación clásica del problema de equilibrio, formulación variacional, formulación de optimización. Equivalencia entre las diferentes formulaciones.
4. El método de Rayleigh-Ritz. Solución aproximada de la formulación variacional. Propiedades de la solución de Rayleigh-Ritz: Mínima energía potencial total, mínimo error, interpretación geométrica de la solución.
5. El método de elementos finitos. Discretización, espacios de elementos finitos, ecuación del elemento finito, elementos isoparamétricos de tipo C0, integración numérica. Montaje del sistema global. Métodos directos e iterativos para la solución de los sistemas de ecuaciones lineales. Solución en ambiente MATLAB.
6. Análisis de vibraciones y análisis dinámico. Ecuación del movimiento del problema de elasticidad lineal. Modos y frecuencias naturales de vibración. Ecuación semidiscreta y sus modos y frecuencias naturales. Solución del problema dinámico general utilizando el método de Newmark. Solución en ambiente MATLAB.
7. El problema de flexión de Euler-Bernoulli. Formulación clásica del problema de equilibrio, formulación variacional, solución utilizando el método de los elementos finitos y elementos de tipo C1. Solución en ambiente MATLAB.
8. El problema de conducción del calor. Formulación clásica del problema estacionario y formulación variacional. Solución por el método de los elementos finitos en el caso plano. Elementos de Lagrange y Serendip. Solución del problema de evolución. Métodos de Euler implícito y explícito. Método Trapezoidal general. Solución utilizando el software FreeFEM.

## 6. BIBLIOGRAFÍA

Tema	Básica	Complementaria
1. Introducción al método de elementos finitos	(1-4)	(5)
2. Introducción a la mecánica variacional	(1-4)	(5)
3. El problema de elasticidad unidimensional	(1-4)	(5)
4. El método de Rayleigh-Ritz	(1-4)	(5-9)
5. El método de elementos finitos	(1-4)	(5-9)
6. Análisis de vibraciones y análisis dinámico	(1-4)	(5)
7. El problema de flexión de Euler-Bernoulli	(1-4)	(5)
8. El problema de conducción del calor	(1-4)	(5-9)

### 6.1 Básica

1. J. N. Reddy An introduction to the Finite Element Method. McGraw-Hill, Inc., NY, 1993.
2. T. R. Chandrupatla and A. D. Belegundu. Introducción al estudio del Elemento Finito en Ingeniería. Prentice Hall, México, 2nd edition, 1999.
3. T. J. R. Hughes. The finite element method. Linear static and dynamic finite element analysis. Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, NJ, 1987.
4. E. Oñate. Structural analysis with the finite element method-linear statics. Volume 1. Basis and solids. Lecture Notes on Numerical Methods in Engineering and Sciences. International Center for Numerical Methods in Engineering (CIMNE), Barcelona; Springer-Verlag, Berlin, 2009.

### 6.2 Complementaria

5. K.-J. Bathe. Finite Element Procedures. Prentice Hall Inc. New Jersey, 1996.
6. D. Braess. Finite elements: Theory, fast solvers, and applications in solid mechanics. Cambridge University Press, 2007.
7. S. Brenner & R. Scott. The mathematical theory of finite element methods. Springer, 2007.
8. A. Ern & J.-L. Guermond. Theory and practice of Finite elements. Springer, 2021.
9. C. Johnson. Numerical Solution of Partial Differential Equations by the Finite Element Method. Dover Publications, Inc., Mineola, NY, 2009.

## 7. CONOCIMIENTOS PREVIOS EXIGIDOS Y RECOMENDADOS

**7.1 Conocimientos Previos Exigidos:** Conocimientos básicos de física. Álgebra lineal. Cálculo en una y varias variables, incluyendo conocimientos básicos de ecuaciones diferenciales. Cálculo vectorial. Conocimientos básicos de programación. Métodos numéricos.

**7.2 Conocimientos Previos Recomendados:** Conocimientos avanzados de ecuaciones diferenciales.



## ANEXO A

### Para todas las Carreras

#### A1) INSTITUTO

Instituto de Estructuras y Transporte (IET).

#### A2) CRONOGRAMA TENTATIVO

Consiste en un cronograma de avance semanal con detalle de las horas de clase asignadas a cada tema.

Semana 1	Tema 1 (3 hs de clase).
Semana 2	Tema 2 (3 hs de clase).
Semana 3	Tema 3 (3 hs de clase).
Semana 4	Tema 3 (3 hs de clase).
Semana 5	Tema 4 (3 hs de clase).
Semana 6	Tema 5 (3 hs de clase).
Semana 7	Tema 5 (3 hs de clase).
Semana 8	Tema 5 (3 hs de clase).
Semana 9	Tema 6 (3 hs de clase).
Semana 10	Tema 6 (3 hs de clase).
Semana 11	Tema 7 (3 hs de clase).
Semana 12	Tema 7 (3 hs de clase).
Semana 13	Tema 8 (3 hs de clase).
Semana 14	Tema 8 (3 hs de clase).
Semana 15	Tema 8 (3 hs de clase).

#### A3) MODALIDAD DEL CURSO Y PROCEDIMIENTO DE EVALUACIÓN

Las clases teórico-prácticas consisten en una exposición inicial de conceptos y/o procedimientos de análisis por parte del docente. En algunas de las clases se planteará una actividad para realizar en grupos, que abordará la resolución de un problema relacionado a los conceptos y procedimientos tratados en la exposición inicial. Finalmente, se analizan en forma conjunta los resultados obtenidos por los distintos grupos, con el fin de ilustrar el mejor procedimiento o solución encontrada, alertar sobre errores frecuentes y realizar una síntesis de los conocimientos y procedimientos introducidos.

El procedimiento de evaluación consistirá en la realización de una prueba escrita individual (a realizar en el segundo período de parciales) e informes sobre la resolución computacional de ciertos problemas. Los informes se realizarán en grupos.

Para la aprobación de la unidad curricular el alumno debe obtener como mínimo el 50% de la prueba escrita individual y nota de aprobación en todos los informes.

#### **A4) CALIDAD DE LIBRE**

Los estudiantes no podrán acceder a la calidad de libre.

#### **A5) CUPOS DE LA UNIDAD CURRICULAR**

Cupos mínimos: sin cupos

Cupos máximos: 20

---

**ANEXO B para la carrera de Ingeniería Físico-Matemática**

**B1) ÁREA DE FORMACIÓN**

Computación científica (8 créditos)

**B2) UNIDADES CURRICULARES PREVIAS**

Previas del curso:

Examen de las siguientes unidades: Física 1, Física 2, Cálculo diferencial e integral en varias variables, Geometría y álgebra lineal 2, Cálculo vectorial, Programación 1. Curso de la unidad Métodos numéricos.

APROB. RES. CONSEJO DE FAC. IUS.

FECHA 30/08/2022 EXP. 060130-000099-22