

# Parámetros de Transformación entre el Sistema SIRGAS 95 y los Sistemas Locales CDM y ROU-USAMS (Yacaré)

Prof. Ing. Agrim. Roberto Pérez Rodino

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA (UDELAR)  
FACULTAD DE INGENIERIA  
Instituto de Agrimensura- Dpto. de Geodesia  
J.Herrera y Reissig 565  
Montevideo-Uruguay  
++598 2 771 03 95  
rodino@fing.edu.uy

**Resumen:** Este trabajo desarrolla el estudio y la obtención de los parámetros de transformación entre el Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas (SIRGAS), y los Sistemas locales usados en el Uruguay: el sistema local ROU-USAMS (conocido como Yacaré) con aplicación en la cartografía 50.000 y la red geodésica nacional, y el sistema local CDM aplicado en la cartografía de Montevideo y a la red geodésica de Montevideo.

Las determinaciones GPS de los distintos vértices de las redes fueron realizadas en las campañas: CDM de 1994, SIRGAS 1995, densificación de la RGN 1997, campaña SIRGAS 2000 y CDM de 2001. En algunas de estas campañas participaron además de la Facultad de Ingeniería, la Dirección Nacional de Catastro, la Dirección Nacional de Topografía y el Servicio Geográfico Militar. Los procesamientos de las campañas SIRGAS 1995 y RGN de 1997 se realizaron en conjunto con el Servicio Geográfico Militar, y colaboración del IBGE (Brasil). Los valores de las coordenadas de los vértices primordiales ocupados fueron realizados por los centros de procesamiento de la Campaña SIRGAS 1995, DGFI (Alemania), JPL (EEUU), IBGE(Brasil).

Hoy con la utilización extendida de la tecnología GPS, en aplicaciones multipropósito, estos parámetros son imprescindibles para el uso y la compatibilización de las cartografías existentes en el país, con los actuales relevamientos realizados con GPS.

En la mayoría de los casos esto se hace con parámetros de transformación de coordenadas planas, y estos siempre introducen errores sistemáticos, siendo aplicables solo en áreas reducidas, debiendo generar distintos juegos de parámetros para cada ocasión.

En cuanto a los resultados obtenidos se determinó que el sistema ROU-USAMS es un sistema con un marcado paralelismo al sistema geocéntrico SIRGAS siendo viable el uso de Molodensky de 3 traslaciones. En cambio el sistema CDM tiene una fuerte rotación, siendo necesario el método de 7 parámetros (3 traslaciones 3 rotaciones y escala); por esto último es muy discutible la validez del uso de técnicas de acomodamiento de cartografía por transformación de coordenadas planas (Este, Norte) en el sistema CDM

**Palabras claves:** Sistemas, referencia, SIRGAS, parámetros, transformación.

## 1) Introducción

Desde los inicios de los trabajos con GPS en el Uruguay en el ámbito del Instituto de Agrimensura de la Facultad

de Ingeniería, Universidad de la República, en el año 1987, surge la necesidad de poder compatibilizar los datos existentes dados en sistemas de referencias locales, y los datos capturados en el sistema de referencia global que usan los receptores GPS para su posicionamiento. En una vista mas detallada del tema se empieza a clarificar el problema y determinar la verdadera magnitud del mismo; comenzando la tarea de estudiar y determinar la forma de pasaje entre distintos sistemas.

Antes de empezar tengamos en cuenta algunos conceptos básicos.

### 1.1 Sistemas de referencia geodésicos locales

Un sistema de referencia local queda definido por la elección de un elipsoide de referencia, y un punto origen conocido como punto datum, un acimut de partida. De esta forma se establece su ubicación en relación con la forma física de la tierra, el geoide. Específicamente el punto datum es aquel que se hace coincidir la normal al elipsoide con la vertical del lugar. Este elipsoide así elegido y posicionado se adapta bien al geoide en la zona próxima al punto datum. Creciendo la posibilidad de que a medida que me aleje del punto datum esta adaptación no sea tan buena.

Por lo tanto Estos sistemas locales tienen un ámbito de aplicación dentro de un país, o una región del mismo. Los elementos que definen a este sistema son:

- Geometría del elipsoide de referencia (usualmente se tiene el semieje mayor **a** y el aplastamiento **f** (dado por  $(a-b)/a$  siendo **b** el semieje menor de la elipse generatriz del elipsoide).
- Coordenadas **latitud** y **longitud** del punto datum.
- **Acimut** de origen en el punto Datum orientando el elipsoide

Estos tipos de sistemas de referencia son definidos en **2D** (latitud y longitud, sobre el elipsoide y los sistemas de referencia para las alturas se establecen a superficies equipotenciales de la gravedad, en general se trata de que esta superficie sea el geoide.

### 1.2 Sistemas de referencia geocéntricos

Un sistema de referencia geocéntrico queda definido por los tres ejes cartesianos directos **XYZ**, fijando el origen en el centro de masas de la tierra, y de tal forma que el plano **XOZ** contiene al meridiano origen, y el eje **OZ** es muy cercano al eje instantáneo de rotación terrestre.

El concepto de **Datum** cambia y ya no es asociado a un punto datum, si no al origen y orientación de los ejes cartesianos.

También es claro que el sistema pasa de ser un sistema 2D a ser un sistema 3D (tridimensional).

En estos tipos de sistemas estarían considerados el WGS84, el ITRS, etc.

### 1.3 Marcos de referencia

Los marcos de referencia están constituidos por los elementos que materializan el sistema de referencia, por ejemplo los vértices geodésicos, las estaciones de rastreo continuo de GPS, etc.

A estos elementos físicos, se les determinan las coordenadas según el sistema de referencia que estén materializando.

Es a través de ellos que se hacen tangibles los sistemas de referencia teóricos definidos por las relaciones físicas y matemáticas.

Por lo tanto no se debe confundir entre sistema de referencia y marco de referencia.

### 1.4 Proyecciones Cartográficas

Las proyecciones cartográficas son las que me proporcionan una representación en un plano, de la Tierra o una región de esta, es por lo tanto una relación biunívoca entre coordenadas de un sistema de referencia terrestre (XYZ o latitud, longitud y altura según sea el caso) y coordenadas **Este Norte** de una cuadrícula de un plano. Obviamente al realizar esta transformación existen deformaciones, y según sea el caso se trata de preservar algunas de las cualidades; las mas usadas son las que mantienen la forma y se le denominan proyecciones conformes, en estas proyecciones están incluidas Gauss o Mercator transversa, UTM, etc.

Demás esta decir que según sea la posición que ocupe la parte representada con respecto a la proyección definida, existen deformaciones lineales y defasajes en los ángulos acimutales, de una línea en el sistema real y en el proyectado.

En cuanto a las alturas o cotas en una proyección cartográfica estas pasan a ser un atributo puntual, o se representan a través de líneas de igual cota conocidas como curvas de nivel.

### 1.5 Modelos Geoidales

El origen de las medidas altimétricas en general es necesario realizarlo a partir de medir las cotas desde una superficie equipotencial de la gravedad, y de estas la elegida sería el geoide **H** (cota ortométrica). En general las cotas que obtengo por la nivelación geométrica si bien son muy aproximadas en áreas relativamente planas y pequeñas, no son cotas ortométricas, debido a que las superficies equipotenciales no son paralelas entre si, por lo que se debe realizar la corrección correspondiente, a través de medidas gravimétricas. A efectos de hallar este datum altimétrico, se realizan observaciones en una red de mareógrafos, etc. En particular el Proyecto SIRGAS (Sistema de Referencia Geocéntrico para las AmericaS), tiene un grupo de trabajo que esta realizando

dicho estudio a efectos de definir un datum altimétrico para América.

Por otra parte las alturas que obtengo de observaciones GPS son alturas  $h$  (altura elipsoidal) medidas sobre la superficie del elipsoide de referencia empleado. La diferencia entre estas alturas se le denomina  $N$ , llamado ondulación del geoide. Se puede expresar  $N=h-H$ . Si se conociera el valor de  $N$  es fácil entonces hallar el valor de  $H$ . La determinación de  $N$ , no es sencilla ya que el geoide no es una superficie analítica y para esto se crean modelos geoidales, que son aproximaciones al mismo. Dentro de los Modelos geoidales tenemos modelos geoidales globales y locales, en los primeros están los conocidos como OSU91 de la Universidad de Ohio y EGM96 del NIMA. En cuanto a los modelos locales el Geodesta Walter Subiza Piña realizó un modelo geoidal local para el Uruguay.

Debemos entender que el uso de modelos geoidales es siempre una aproximación al problema y ser cuidadosos cuando hacemos uso de los mismos.

## 2 Sistemas de Referencia usados en el Uruguay

### 2.1 Antecedentes

La geodesia en forma sistemática y con fines cartográficos, en el Uruguay, nació con las triangulaciones de los departamentos de Florida y Durazno en 1908 y 1909. El 31 de mayo de 1913 se crea el Servicio Geográfico Militar, al cual se le vuelcan el personal y recaudos de las operaciones ejecutadas por la División Catastro, más personal y medios de la Fuerzas Armadas, las operaciones de geodesia y cartografía adquieren una planificación y alcance de nivel nacional, volcado a la ejecución de la carta 1/50.000 del país y todas las operaciones técnicas necesarias para su realización y mantenimiento. Se abandona el criterio departamental para la triangulación y se adopta el de cuadriláteros.

En 1914 se formaliza el plan para la triangulación general del país, que incluía una malla de cuatro cadenas meridianas y cinco paralelas.

Los cálculos de posición y la cartografía, se comenzaron a efectuar con elipsoide de referencia de Clarke 1880, proyección poliédrico-policéntrica. Las cartas escala 1/50.000 se limitaban por lados de 20' x 40' centesimales. El cuadrículado era kilométrico, situándose el origen X, 250 km. al oeste del meridiano central 62 centesimales e Y 0 Km. en el paralelo 39 centesimales, intersección con el meridiano 62. Las escalas básicas adoptadas fueron: 1/20.000, 1/50.000 y 1/200.000.

En 1923 se edita la primer hoja del plan cartográfico 1/50.000 (La Unión), con curvas de nivel cada 5 m. Otros hitos de importancia en la actividad geocartográfica, se detallan a continuación.

- Relevamientos topográficos del departamento de Montevideo, entre 1917 y 1919. Se hicieron a escala 1/10.000 y se publicaron 9 cartas a escala 1/20.000.
- Cadena Internacional del Río Uruguay efectuada entre 1918 y 1939. El reconocimiento se efectuó entre 1924 y 1925, la construcción en 1932 a 1935 y su medición entre 1937 y 1939.
- Cadena Internacional sobre Laguna Merín, frontera con Brasil, entre 1912 y 1918.

En 1930 dan comienzo las tareas de nivelación general del país, adoptándose en 1948/49 un Datum Altimétrico, aún oficial y vigente. Se completan 8 polígonos de ler. Orden con más de 3880 km., estableciendo mojones cada 3-4 km. el ajuste se efectúa en 1968 por método de mínimos cuadrados. La red fue densificada bajo el principio de órdenes sucesivos.

En 1944 se habían publicado 29 hojas 1/50.000 de la zona sur del país, 1 1/200.000 y la primer carta de la República, escala 1/500.000. Ésta última con el método aerofotográfico del trimetrogón (relevamiento a tres cámaras aéreas, una vertical y dos oblicuas).

En 1946 se realiza el primer ajuste, por método mínimos cuadrados, método de Cholesky para la formación y resolución de ecuaciones del sistema de ecuaciones, de una cadena de triangulación. La cadena completa Uruguay-Brasil, se calcula usando por primera vez el elipsoide internacional (Hayford 1924) como superficie de referencia. Inmediatamente se ejecuta el ajuste de la cadena Uruguay-Argentina.

En esta década, se ejecuta el relevamiento del Valle del Río Negro, cambiándose para los fines geodésicos y cartográficos en este momento, el sistema de proyección poliédrico-policéntrico al de Gauss modificado, meridiano de contacto central en los 55°48' sexagesimal y usando el Elipsoide Internacional en lugar de Clarke. Entre los años 1953-54 llega al país instrumental francés que comienza el desarrollo de una nueva técnica cartográfica: la aerofotogrametría.

La densificación y completamiento de la red geodésica continuó, usándose equipos de relevamientos más modernos a medida que la evolución tecnológica lo permitía (Teodolitos Wild T4, T3, distanciómetros electrónicos, "electrotape", etc.).

Entre los años 1957 y 1960, se efectúa el establecimiento de una red geodésica independiente (Red CDM), destinada a apoyar el desarrollo urbano de Montevideo. El punto datum adoptado fue el vértice I-Fortaleza, con acimut de Laplace al vértice I-Joanicó, elipsoide Internacional y coordenadas Gauss meridiano de contacto 55° 48'. Con ella se editaron los siguientes productos cartográficos, en el sistema de referencia adoptado:

- Carta departamental a escala 1/10.000, con curvas de nivel cada 2 m, año 1963.
- Carta departamental a escala 1/20.000, con curvas de nivel cada 10 m, año 1976.
- Carta departamental a escala 1/40.000, con curvas de nivel cada 10 m, año 1978.

Debido al ajuste del sistema independiente y con un solo punto astronómico, el sistema de coordenadas CDM,

es diferente al sistema general nacional establecido en 1965, Sistema ROU-USAMS.

En 1961 finaliza el llamado 1er. Orden Fundamental de la Red Geodésica, sobre la misma red planificada en 1914, esta red será ajustada en 1965 en forma simultánea para las 248 estaciones que la componen.

En los años 1966/67 se completan dos relevamientos fotogramétricos escalas 1/20.000 y 1/40.000 de todo el país, lo que en conjunto con el instrumental de restitución fotogramétrica que había llegado anteriormente, posibilitan la edición cartográfica en forma más rápida y eficiente que con los tradicionales métodos de levantamientos clásicos.

En la década del 60 asimismo se comienza y completa la Red Gravimétrica Fundamental con 924 estaciones medidas con gravímetros LaCoste & Romberg, ajustándose en 1970 y permitiendo además la edición de una carta, escala 1/1:000.000 de anomalías Aire Libre y Bouguer cada 5 mgal. Esta carta se calculó con Elipsoide Internacional para coordenadas y anomalías y sistema de proyección local Gauss modificado. Entre los años 1984 y 1988 se densifica la red hasta alcanzar el valor de una estación cada 8-9 km., esto permitió que en 1995 se efectuara un ajuste simultáneo de las 2347 estaciones existentes, incluyendo tres estaciones de gravedad absoluta y una de mareas terrestres establecidas entre 1989 y 1991. Una nueva carta de anomalías escala 1/1:000.000, con sistema WGS84 fue editada en mayo de 1997 siendo la primera editada por el SGM con este elipsoide.

En 1994 fue completada la 1ra. edición completa de la carta básica escala 1/50.000 de todo nuestro país en un sistema único (Coordenadas ROU-USAMS, proyección Gauss, meridiano de contacto 55°48', elipsoide Internacional).

## 2.2 Sistema de referencia ROU-USAMS

- Punto Datum: Vértice I-Yacaré, coordenadas astro-geodésicas (1939):

Latitud	30° 35' 53",68 S
Longitud	57° 25' 01",30 W
Acimut a	I-La Quisilla
- Ondulación Geoidal en I-Yacaré 0m
- Elipsoide: Internacional ó de Hayford (1924)
- Sistema de Proyección: Gauss modificado, meridiano de contacto 55° 48 W origen Y=0 en el Polo Sur y X=500 km. al oeste del meridiano de contacto.
- Sistema de coordenadas ROU-USAMS, acorde al ajuste, realizado por el método de variación de coordenadas de la red geodésica de 1965 en EEUU por U.S.A.M.S (Servicio Cartográfico de Ejército de los Estados Unidos).

## 2.3 Sistema de referencia CDM

- Punto Datum: Vértice I-Fortaleza, coordenadas astro-geodésicas:

Latitud	34° 53' 22",426 S
Longitud	56° 15' 31",550 W
Acimut a	I-Joanico.
- Ondulación Geoidal en I-Fortaleza 0m
- Elipsoide: Internacional ó de Hayford (1924)
- Sistema de Proyección: Gauss, meridiano de contacto 55° 48 W origen Y=0 en el Polo Sur y X=500 km. al oeste del meridiano de contacto.
- Sistema de coordenadas CDM,

## 2.4 Sistema de referencia geocéntrico WGS84

Marco de referencia G873 (873 indica la semana GPS en que fue actualizado)

- Origen de coordenadas en el centro de masa de la tierra
- Eje OZ pasa por el polo convencional terrestre (CTP) definido por el BIH (Oficina Internacional de la Hora) para la época 1984,0 (actualmente el IERS)
- El eje OX es la intersección entre el meridiano origen de longitudes definido por el BIH para la época 1984,0 (actualmente el IERS) y el plano ecuatorial de acuerdo al CTP
- El Eje OY es tal que la terna OXYZ es un triedro normal directo
- El origen de la terna definida es centro del elipsoide de referencia también llamado WGS84 y el eje OZ su eje de revolución
- El semieje mayor es  $a = 6378137,0$  m
- El achatamiento  $f = 1/298.257223563$
- Constante de gravitación terrestre  $GM = 3986004,418 \times 10^8 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$
- Velocidad angular de la tierra  $\omega = 7292115,0 \times 10^{-11} \text{ rad/s}$
- Coeficiente gravitacional de segundo grado normalizado  $C_{20} = -484.166774985 \times 10^{-6}$

- Velocidad de la luz en el vacío  $c=299792458$  m/s  
Para el marco G873 el ajuste del WGS84 al ITRF94 es de 2 cm

## 2.5 Sistema de referencia terrestre Internacional ITRS

Este sistema es consistente con el sistema OCI (Origen convencional internacional) que se determinaba a través del Servicio del Movimiento Polar PMS y del BIH, y que estudiaban fundamentalmente el movimiento del polo y el movimiento de rotación de la tierra, basándose en observaciones astronómicas.

En el 1988 se unieron los organismos internacionales en un solo organismo el IERS (International Earth Rotation Service).

Este servicio usa las técnicas posicionales

- VLBI Medición de radiofuentes extragalácticas por medio de radio telescopios
- SLR medición de distancias láser a satélites
- LLR medición de distancias láser a la Luna
- GPS medición de distancia a satélites GPS
- Doris Medición de variación de distancias desde satélites a balizas orbitográficas

Con estas técnicas logra definir un sistema de referencia terrestre definido por tres ejes cartesianos XYZ.

Este organismo define un marco de referencia para cada año, llamado ITRF $_{aa}$  siendo

$aa$  la dos últimas cifras del año para el cual se realizó este marco p.e. ITRF94, etc.

En este sistema aparece un nuevo concepto, ya que se estudian las coordenadas de las estaciones de referencia de dicho marco (XYZ), pero también la velocidad de esas estaciones ( $V_x$   $V_y$   $V_z$ ). Por lo que de acuerdo a esto se puede obtener las coordenadas de cualquier estación en cualquier época del año en distintos marcos de referencia. Ya que los puntos sobre la superficie de la tierra no permanecen inmóviles respecto a su sistema si no que sufren movimiento principalmente por el movimiento de las placas tectónicas, etc.

## 2.6 Marco de referencia SIRGAS 1995.4 (ITRF 94)

El marco de referencia SIRGAS 1995 está materializado por 57 estaciones.

Estas fueron medidas en la campaña SIRGAS 1995 entre el 26 mayo de 1995 y el 4 de junio de 1995 por lo que la época es 1995,4 y se usó el marco de referencia ITRF94

En Uruguay se ocuparon en 1995 3 estaciones SIRGAS, y conjuntamente con estas estaciones se ocuparon 5 estaciones anexas, totalizando 8 estaciones GPS en dicha campaña.

En el año 1997 se densificó la red GPS con 3 estaciones. Totalizándose 11 estaciones que fueron referenciadas a este marco.

En el año 2000 se realizó la campaña SIRGAS 2000 y se ocuparon 8 estaciones de las cuales 4 estaciones son nuevas, de éstas se tienen resultados primarios, y se obtendrá un nuevo marco de referencia SIRGAS 2000 cuando el Comité SIRGAS defina la adopción de las nuevas coordenadas en la próxima reunión en el año 2002.

En la actualidad en Uruguay se tienen determinados 16 estaciones GPS primordiales, 15 de las cuales son coincidentes con vértices de SGM.

## 2.7 Sistema de referencia Altimétrico

En cuanto al sistema de referencia altimétrico existen dos superficies de referencias o Datums conocidas como "Nivel Medio de las Aguas en el Puerto de Montevideo", y el "Cero Warthon" que fueron fijadas en los decretos del 20 marzo de 1948 y modificativo del 20 de mayo de 1949.

## 3 Transformación entre distintos sistemas de referencia

Cómo realizar la transformación de coordenadas entre distintos sistemas de referencia es lo que intentamos determinar en este trabajo.

Para realizar esto debemos seguir las siguientes etapas

- 1) Determinar la estrategia de transformación que elegiremos
- 2) Determinar los parámetros de transformación
- 3) Validar estos parámetros
- 4) Determinar su adopción

Con estos parámetros validados y adoptados se podrá llevar a cabo la transformación de las coordenadas

### 3.1 Distintas estrategias para la transformación entre sistemas

#### Estrategia 1

La forma más general de transformar un sistema triaxial en otro es la transformación de siete parámetros a saber:

Tres traslaciones respecto de cada eje ( $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ ), tres rotaciones sobre cada eje ( $R_x, R_y, R_z$ ) y un cambio de escala S

Mas allá de esta forma general, se puede debido a estimaciones particulares suponer como caso singular de lo anterior hacer que las rotaciones sean cero y el factor escala 1, en cuyo caso tendremos una traslación de los ejes y los sistemas serán paralelos. Esta situación es bastante frecuente y lógica de modelar, si en los sistemas locales los vértices astronómicos (Puntos de Laplace) de partida fueron bien determinados y bien establecidos los acimutes de estos puntos.

El problema mayor que presenta esta estrategia es que en general los sistemas locales, son definidos en 2D es decir Latitud y Longitud, y la altura es la cota ortométrica, por lo que no se puede pasar en forma trivial de  $\varphi, \lambda, H$  a  $XYZ$ , requiriendo en este caso establecer modelos geoidales o condiciones no siempre ciertas de condición. La estrategia de 7 parámetros es estrategia es matemáticamente la mejor, pero muy pocas veces aplicable debido a lo dicho precedentemente

### Estrategia 2

Existe otra estrategia que son las fórmulas de transformación de Molodensky, que permiten transformar  $\varphi_A, \lambda_A, h_A$  de un sistema en  $\varphi_B, \lambda_B, h_B$  de otro sistema sin pasar por las coordenadas rectangulares. En esta estrategia intervienen las tres traslaciones entre ejes de los centros de los elipsoides (centros del sistema)  $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ , y además intervienen  $\Delta a$  diferencia de los semiejes mayores de los elipsoides de referencia,  $\Delta f$ , diferencia de los aplastamientos de los elipsoides de referencia. Esta estrategia es muy practica y muy fácil de definir y formular. Es ideal cuando se tienen sistemas locales paralelos a los sistemas globales

Sus ecuaciones son:

$$\begin{aligned} \phi_B &= \phi_A + \Delta\phi && \text{latitud} \\ \lambda_B &= \lambda_A + \Delta\lambda && \text{longitud} \\ h_B &= h_A + \Delta h && \text{altura elipsoidal} \end{aligned}$$

$$\Delta\phi'' = \{-\Delta X \sin \phi_A \cos \lambda_A - \Delta Y \sin \phi_A \sin \lambda_A + \Delta Z \cos \phi_A + \Delta a (R_N e^2 \sin \phi_A \cos \phi_A)/a + \dots + \Delta f [R_M (a/b) + R_N (b/a)] \sin \phi_A \cos \phi_A\} / [(R_M + h) \sin^2 \phi_A]$$

$$\Delta\lambda'' = [-\Delta X \sin \lambda_A + \Delta Y \cos \lambda_A] \cdot [(R_N + h) \cos \phi_A \sin^2 \phi_A]$$

$$\Delta h = \Delta X \cos \phi \cos \lambda + \Delta Y \cos \phi \sin \lambda + \Delta Z \sin \phi - \Delta a (a/R_N) + \Delta f (b/a) R_N \sin 2\phi$$

siendo

$$R_N = a/(1 - e^2 \sin^2 \phi)^{1/2} \quad R_M = a(1 - e^2)/(1 - e^2 \sin^2 \phi)^{3/2}$$

$$\Delta a = a_B - a_A \quad \Delta f = f_B - f_A$$

### Estrategia 3

El método se conoce como de regresión múltiple, el mismo consiste en el uso de ajuste polinomiales en dos variables U y V que a su vez son funciones de la  $\varphi, \lambda$  la forma general de dicha transformación es:

$$\alpha_B = \alpha_A + A_{00} + A_{10}U + A_{01}V + A_{20}U^2 + A_{02}V^2 + A_{11}UV + A_{30}U^3 + A_{03}V^3 + A_{21}U^2V + A_{12}UV^2 + \dots + A_{99}U^9V^9$$

$\alpha_B$  es el valor de una de las coordenadas a transformar en el sistema destino

$\alpha_a$  es el valor de una de las coordenadas a transformar en el sistema fuente

U y V son funciones de la latitud y la longitud

$A_{ij}$  son los parámetros de transformación o coeficientes

Este método es útil cuando se disponen de muchos vértices en los cuales se tienen las coordenadas en ambos sistemas. Los coeficientes se hallan por el método de mínimos cuadrados

En cuanto a hasta qué grado se extiende la transformación dependerá de tests estadísticos aplicados a la muestra.

### Estrategia 4

Transformar coordenadas de cuadrícula de la proyección cartográfica que se aplicó al sistema A en coordenadas de cuadrícula de la proyección cartográfica que se aplicó al sistema B.

Estas transformaciones son en 2D planas, los métodos mas conocidos son: Helmert, transformación afín "rubbershetting" (hoja de goma), "kriggiado", etc.

Esta alternativa es la peor de todas ya que se generan fuertes errores sistemáticos, y su entorno de validez es para cubrir áreas pequeñas y los puntos de transformación tienen que abarcar la región en su totalidad no siendo posible usar parámetros y extrapolarlos, pues los errores pueden ser muy groseros. En general esta alternativa es útil para trabajos topográficos en los cuales se usa el GPS en áreas reducidas, y se mezclan con mediciones topográficas tradicionales (estación total, etc.) Pero en cartografía solo es recomendable cuando no se puede usar ninguna de las otras estrategias.

### 3.2 Cálculo de los parámetros de transformación

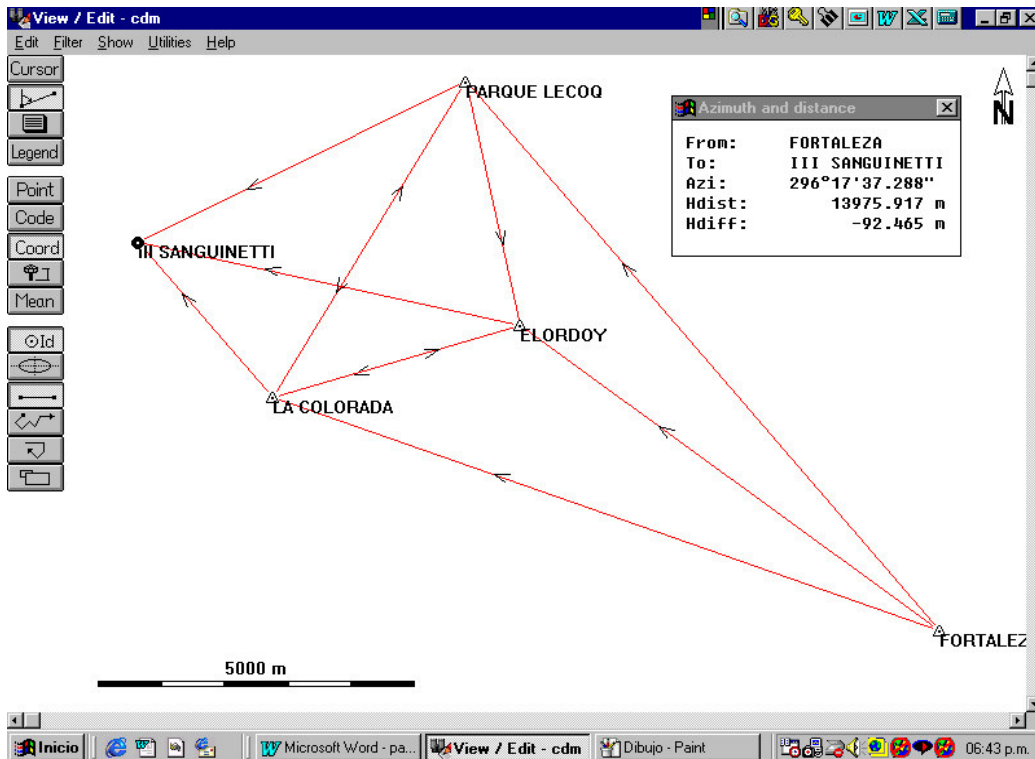


figura 1

Nuestras metas fueron:

- Hallar los parámetros de transformación entre el sistema local CDM y el Sistema Terrestre Internacional, en el marco SIRGAS95.
- Hallar los parámetros de transformación entre el sistema local ROU-USAMS y el Sistema Terrestre Internacional, en el marco SIRGAS95.

#### 3.2.1 Parámetros de transformación entre el sistema local CDM y el Sistema Terrestre Internacional, en el marco SIRGAS95.

La estrategia que se adoptó fue la de 7 parámetros de transformación, esto se debió:

- El sistema CDM tiene un fuerte giro acimutal en el punto Datum I-Fortaleza no siendo posible la aplicación de la estrategia 2 descrita (de Modolensky).
- Como la zona es reducida, abarca solo el departamento de Montevideo y el área adyacente, por lo cual las distancias entre puntos son inferiores a los 40 Km, es razonable modelar que en el punto datum la ondulación del geoide y el sistema local es cero, y que en la zona circundante su variación no es apreciable (distancias menores de 14 Km) y las modelamos como cero.
- Los puntos que se usaron para calcular de los parámetros fueron el punto Datum y 3 vértices de primer orden en la zona oeste y un vertice de 3er orden de Montevideo (ver figura 1).
- De todos los puntos se tenían alturas de nivelación geométrica
- A distancias mayores cuando la validación de los parámetros se usó el modelo geoidal EGM96

El método de cálculo fue el de Bursa-Wolf (ver figura 2)

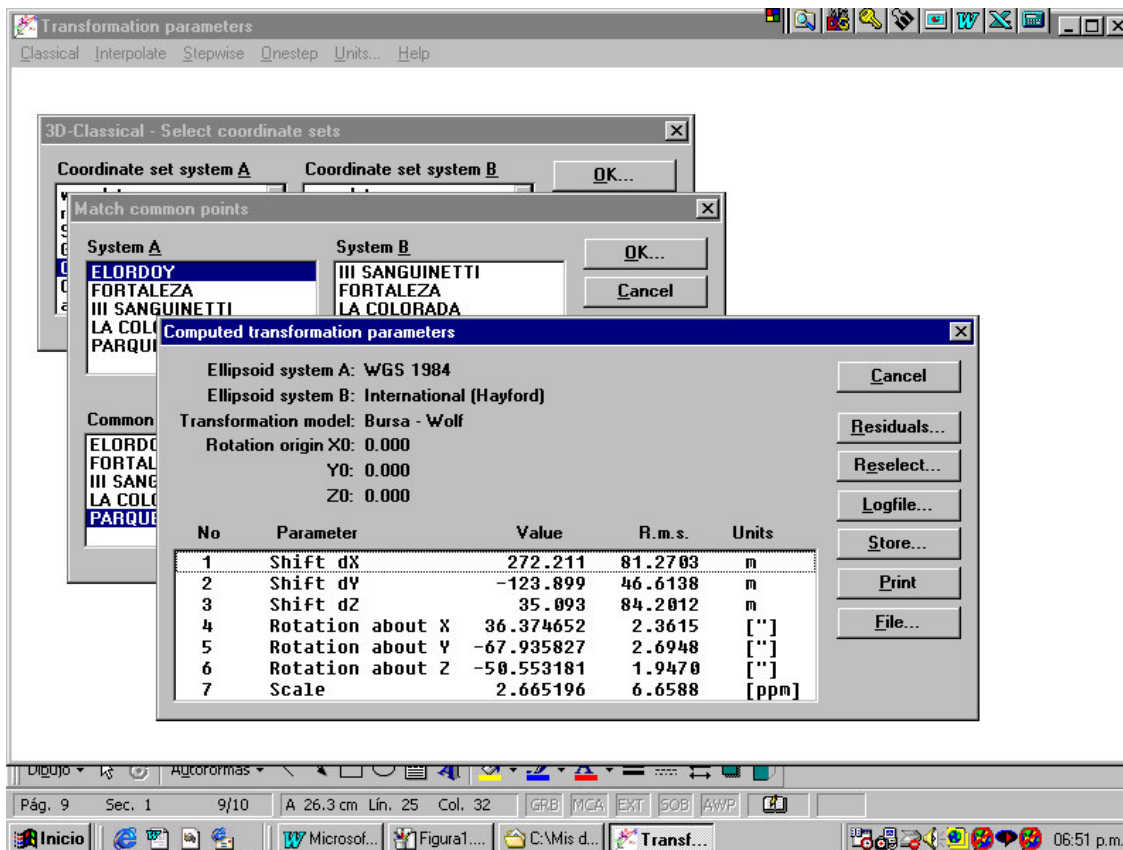


figura 2

La transformación se realizó con el Software SKI 2.3 con la opción Datum & Map y el resumen del archivo de salida es:

#### 7-Parameter Transformation Logfile

Coordinate set system A: CDM\_SIRGAS 95  
 Ellipsoid system A: WGS 1984  
 Coordinate set system B: CDM-CDM  
 Ellipsoid system B: International (Hayford)  
 Transformation model: Bursa - Wolf  
 Rotation origin  
 X0: 0.000 m  
 Y0: 0.000 m  
 Z0: 0.000 m

Number of common points: 5

Transformation parameters and r.m.s.

No	Parameter	Value	R.m.s.	Dim.
1	Shift dX	272.211	81.2703	m
2	Shift dY	-123.899	46.6138	m
3	Shift dZ	35.093	84.2012	m
4	Rotation about X	36.374652	2.3615	["]
5	Rotation about Y	-67.935827	2.6948	["]
6	Rotation about Z	-50.553181	1.9470	["]
7	Scale	2.665196	6.6588	[ppm]

Sigma a priori: 1.0000  
 Sigma a posteriori: 0.0767

#### Cartesian coordinates and residuals

System	Point Id	X [m]	Y [m]	Z [m]
A	ELORDOY	2905193.6420	-4361352.6674	-3623733.7321
B	ELORDOY	2905349.2225	-4361415.1570	-3623895.6985
transformed		2905349.1579	-4361415.2968	-3623895.7840
residuals		0.0645	0.1398	0.0856



A	FORTALEZA	2909138.8409	-4355442.1569	-3627792.9572
B	FORTALEZA	2909291.5492	-4355504.5567	-3627957.3917
transformed		2909291.5813	-4355504.5201	-3627957.3613
residuals		-0.0321	-0.0366	-0.0303

A	III SANGUINETTI	2900637.0522	-4365272.8600	-3622653.0201
B	III SANGUINETTI	2900793.8303	-4365336.4062	-3622812.9288
transformed		2900793.8734	-4365336.4257	-3622812.8771
residuals		-0.0430	0.0195	-0.0516

A	LA COLORADA	2901611.6389	-4362922.1042	-3624665.5753
B	LA COLORADA	2901767.2329	-4362985.8432	-3624826.1646
transformed		2901767.2235	-4362985.7800	-3624826.1731
residuals		0.0094	-0.0631	0.0085

A	PARQUE LECOCQ	2905716.8641	-4363646.4879	-3620531.8872
B	PARQUE LECOCQ	2905873.9993	-4363708.4898	-3620693.7108
transformed		2905873.9981	-4363708.4302	-3620693.6986
residuals		0.0012	-0.0596	-0.0121

#### Geodetic residuals [m]

Point Id	Latitude	Longitude	Height
ELORDOY	0.0242	0.1312	-0.1150
FORTALEZA	-0.0177	-0.0470	0.0277
III SANGUINETTI	-0.0653	-0.0250	-0.0034
LA COLORADA	0.0400	-0.0272	0.0426
PARQUE LECOCQ	0.0188	-0.0321	0.0482

Para determinar las coordenadas de los puntos considerados en el marco SIRGAS95 se partió de las coordenadas del vértice Fortaleza, que es un vértice excéntrico de la campaña SIRGAS 95.

Las mediciones de las estaciones se realizaron usando 3 receptores GPS Leica 299 System. Y se postprocesó usando algoritmos de FARA. Se realizó el ajuste dejando como punto fijo el vertice I Fortaleza y libres los demás.

El resultado del Ajuste fue:

```

-----
FORTALEZA      Lat:  34 53 17.807810 S      fixed
                Lon:  56 15 35.185900 W      fixed
                Hgt:           149.8030      fixed

ELORDOY        Lat:  34 50 39.130131 S      ± 0.00382 [m]
                Lon:  56 19 53.531307 W      ± 0.00287 [m]
                Hgt:           67.4370      ± 0.00824 [m]

III SANGUINETTI Lat:  34 49 56.630213 S      ± 0.00427 [m]
                Lon:  56 23 48.306338 W      ± 0.00335 [m]
                Hgt:           57.3511      ± 0.00934 [m]

LA COLORADA    Lat:  34 51 16.521537 S      ± 0.00399 [m]
                Lon:  56 22 25.137512 W      ± 0.00318 [m]
                Hgt:           4  3.3253      ± 0.00908 [m]

PARQUE LECOCQ  Lat:  34 48 33.083465 S      ± 0.00377 [m]
                Lon:  56 20 26.430998 W      ± 0.00324 [m]
                Hgt:           44.1555      ± 0.00860 [m]

```

### 3.2.2 Validación de los parámetros

Para validar los parámetros se realizó una campaña de observaciones GPS en vértices de la red CDM

El primer inconveniente que se encontró es que la mayoría de los vértices están destruidos o su acceso no fue posible realizarlo, ya que se encontraban en azoteas de edificios y no se obtuvo la autorización correspondiente por lo que se ocuparon solamente 2 vértices de 1er orden y uno de 3er Orden.

El tema fue solucionado en parte porque se pudieron ocupar las señales de punto de mira que tienen asociados cada vértice y se relevaron 9 señales de punto de mira de 4to orden

Punto	Este WGS84	Norte WGS84	h	Residuales		Este(WGS84) Transformada de CDM	Norte(WGS84) Transformada de CDM	H	Vector de error
				$\Delta E$	$\Delta N$				
IV -0393 (mira)	471044.22	6145649.86	42.18	-0.163	-0.196	471044.38	6145650.06	40.24	0.26
IV -10372 (mira)	465678.04	6145239.96	22.35	0.042	-0.100	465678.00	6145240.06	22.11	0.11
IV -10414 (mira)	476629.57	6139635.06	4.01	0.180	0.378	476629.39	6139634.68	3.80	0.42
IV -10417 (mira)	472679.91	6139005.69	3.87	-0.314	0.060	472680.22	6139005.63	3.91	0.32
IV -10377 (mira)	467724.61	6137555.69	29.24	0.032	-0.034	467724.58	6137555.72	29.27	0.05
III-Azarola (mira)	455183.86	6153453.00	44.76	0.205	0.189	455183.65	6153452.81	44.57	0.28
I-Farcade	483220.46	6151234.38	60.08	<b>-0.080</b>	<b>0.086</b>	483220.54	6151234.29	60.08	0.12
I-Union	469490.27	6142141.39	72.68	<b>-0.097</b>	<b>-0.009</b>	469490.37	6142141.40	72.68	0.10
IV -10363 (mira)	464585.57	6143663.83	38.00	0.003	-0.100	464585.57	6143663.93	37.91	0.10
IV -10396 (mira)	470996.54	6142606.71	42.95	0.032	0.359	470996.51	6142606.35	41.93	0.36
IV -10380 (mira)	470227.55	6139024.28	28.50	-0.061	0.001	470227.61	6139024.28	28.51	0.06
IV -10338 (mira)	458810.40	6142896.76	9.77	-0.113	-0.248	458810.51	6142897.01	9.83	0.27
<b>III SANGUINETTI</b>	445506.23	6145929.56	42.09	-0.025	-0.065	445506.25	6145929.63	42.09	0.07
<b>I-FORTALEZA</b>	458062.09	6139790.38	134.79	-0.047	-0.018	458062.14	6139790.40	134.79	0.05
<b>I-LA COLORADA</b>	447632.54	6143479.05	28.09	-0.027	0.040	447632.57	6143479.01	28.09	0.05
<b>I-ELORDOY</b>	451478.40	6144650.84	52.32	0.131	0.025	451478.27	6144650.81	52.32	0.13
<b>I-PARQUE LECOQC</b>	450623.17	6148531.08	29.06	-0.032	0.019	450623.20	6148531.06	29.06	0.04
Valor medio del error horizontal			0.16						
Desviación estándar del error horizontal			0.13						

La planilla que antecede muestra las diferencias encontradas entre los valores medidos y los transformados. De acuerdo al orden de cada vertice estas diferencias están dentro del entorno de error de las coordenadas de dichos puntos según las normas de los levantamientos geodésicos tradicionales. Por lo que puede concluirse que se tiene éxito para la totalidad de los puntos testeados

### 3.2.2 Parámetros de transformación entre el sistema local ROU-USAMS y el Sistema Terrestre Internacional, en el marco SIRGAS95.

La estrategia a seguir fue la considerada en 2 en este trabajo considerando que:

- El sistema esta definido por 12 puntos de Laplace, y de ocurrir algún giro en la transformación de 7 parámetros esto se supone que se debería a errores en las mediciones de la red geodésica nacional y no a un desvío de partida.
- La red geodésica nacional es muy heterogénea debido a haberse realizado las medidas desde inicios del siglo XX y terminadas recién en la década del 60, usando muy diferente instrumental y metodología durante ese período. Por lo tanto no se esperaba tener mejores logros que establecer parámetros en el orden de 2-5 m. Por lo que esta transformación serviría solo con fines cartográficos.
- Se buscan parámetros que se puedan calcular para transformación fundamentalmente de latitud y longitud ya que no se pueden establecer las alturas elipsoidales en el sistema local, que debido a la extensión ya no resulta razonable suponer ondulación nula en esos puntos
- Para resolver los parámetros se usaron 14 puntos de la red Geodésica GPS del Uruguay (ver figura 3)

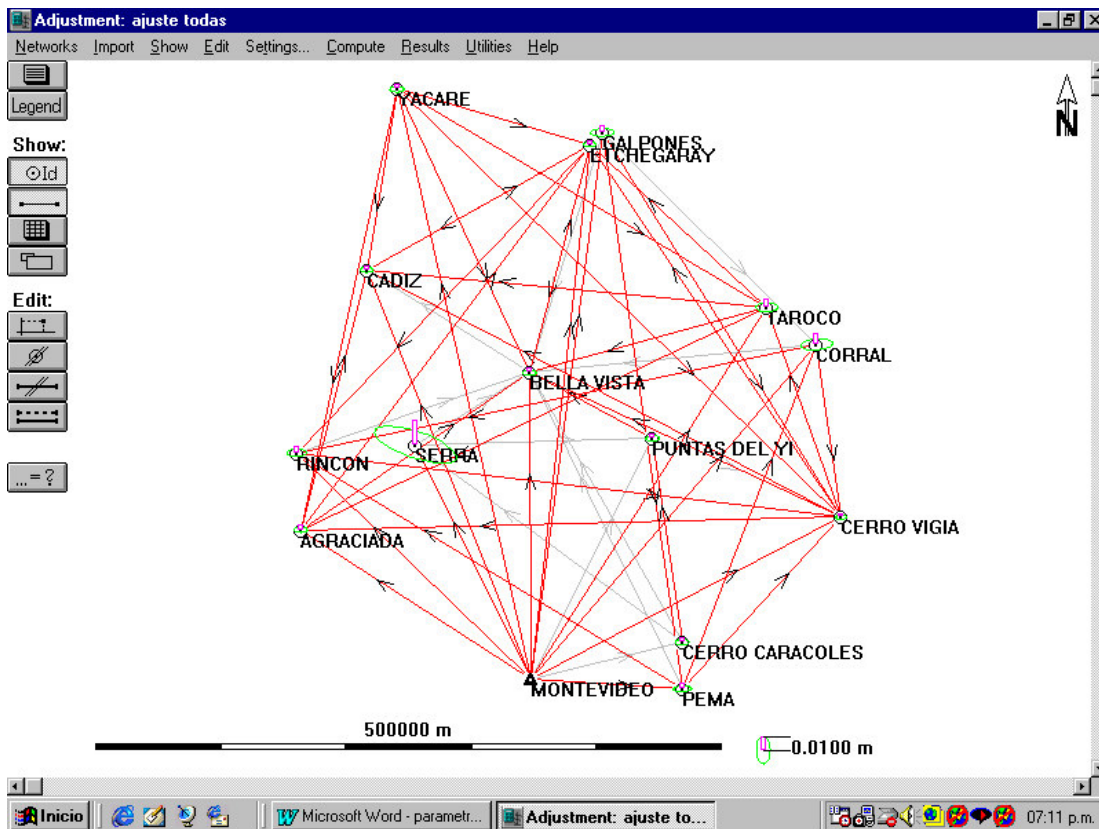


figura 3

El método de cálculo fue el de Molodensky de tres traslaciones, y se procesó con el software SKI (ver figura 4)

El resultado del cálculo de los parámetros fue el siguiente:

Coordinate set system A: Sirgas  
 Ellipsoid system A: WGS 1984  
 Coordinate set system B: ROU-USAMS  
 Ellipsoid system B: International (Hayford)  
 Transformation model: Molodensky - Badekas

Number of common points: 14

Transformation parameters and r.m.s.

No	Parameter	Value	R.m.s.	Dim.
1	Shift dX	+153.439	0.3568	m
2	Shift dY	-160.764	0.3568	m
3	Shift dZ	-44.893	0.3568	m
4	Rotation about X	0.000000	held fixed	["]
5	Rotation about Y	0.000000	held fixed	["]
6	Rotation about Z	0.000000	held fixed	["]
7	Scale	0.000000	held fixed	[ppm]

Sigma a priori: 1.0000  
 Sigma a posteriori: 1.3348

Coordenadas cartesianas y residuales

System	Point Id	X [m]	Y [m]	Z [m]
--------	----------	-------	-------	-------

A	AGRACIADA	2791629.8845	-4511714.0769	-3528316.2376
B	AGRACIADA	2791782.3011	-4511873.9547	-3528361.9156
transformed residuals		2791783.3238	-4511874.8412	-3528361.1309
		-1.0227	0.8865	-0.7847
A	BELLA VISTA	2984238.7898	-4470492.7323	-3422371.4475
B	BELLA VISTA	2984391.9321	-4470653.2671	-3422416.1375
transformed residuals		2984392.2291	-4470653.4966	-3422416.3408
		-0.2970	0.2295	0.2033
A	CADIZ	2897404.0619	-4579798.7600	-3352186.8704
B	CADIZ	2897556.5462	-4579958.0282	-3352230.6533
transformed residuals		2897557.5012	-4579959.5244	-3352231.7637
		-0.9550	1.4962	1.1104
A	CERRO VIGIA	3153246.4744	-4273957.6422	-3519881.1581
B	CERRO VIGIA	3153399.9144	-4274120.0927	-3519926.8997
transformed residuals		3153399.9137	-4274118.4065	-3519926.0514
		0.0008	-1.6862	-0.8483
A	ETCHEGARAY	3079627.3164	-4523472.1411	-3266172.0645
B	ETCHEGARAY	3079782.4062	-4523633.5437	-3266217.3757
transformed residuals		3079780.7557	-4523632.9054	-3266216.9578
		1.6505	-0.6383	-0.4179
A	TAROOCO	3159112.9742	-4383682.3370	-3377817.3781
B	TAROOCO	3159267.5858	-4383844.2378	-3377863.4266
transformed residuals		3159266.4135	-4383843.1013	-3377862.2713
		1.1723	-1.1365	-1.1553
A	YACARE	2959094.1970	-4630116.9289	-3227701.5752
B	YACARE	2959247.7248	-4630277.8756	-3227747.0333
transformed residuals		2959247.6363	-4630277.6933	-3227746.4684
		0.0885	-0.1823	-0.5649
A	CERRO CARACOLES	3017452.4887	-4302024.4614	-3603431.6730
B	CERRO CARACOLES	3017607.0683	-4302187.4528	-3603477.3145
transformed residuals		3017605.9280	-4302185.2257	-3603476.5663
		1.1403	-2.2271	-0.7482
A	PUNTAS DEL YI	3050667.3570	-4390563.5083	-3466902.1367
B	PUNTAS DEL YI	3050821.1531	-4390724.1819	-3466946.7552
transformed residuals		3050820.7963	-4390724.2726	-3466947.0300
		0.3568	0.0907	0.2748
A	SERRA	2890178.6516	-4494438.1385	-3470993.4403
B	SERRA	2890331.4278	-4494598.0925	-3471038.2787
transformed residuals		2890332.0909	-4494598.9029	-3471038.3335
		-0.6631	0.8103	0.0548
A	CORRAL DE PIEDRAS	3182401.7948	-4346982.8800	-3403159.8772
B	CORRAL DE PIEDRAS	3182552.0359	-4347139.9695	-3403201.0510
transformed residuals		3182555.2341	-4347143.6443	-3403204.7705
		-3.1982	3.6748	3.7195
A	GALPONES	3091058.7722	-4521736.7640	-3257793.8005
B	GALPONES	3091213.9619	-4521898.1043	-3257839.1043
transformed residuals		3091212.2115	-4521897.5283	-3257838.6938
		1.7504	-0.5760	-0.4105
A	RINCON	2807052.8086	-4542546.3552	-3476459.5567
B	RINCON	2807205.4111	-4542707.1359	-3476504.6230
transformed residuals		2807206.2479	-4542707.1195	-3476504.4500

residuals			-0.8368	-0.0164	-0.1730
A	FORTALEZA	2909138.8123	-4355442.1142	-3627792.9172	
B	FORTALEZA	2909293.0647	-4355603.6038	-3627838.0706	
transformed		2909292.2516	-4355602.8785	-3627837.8105	
residuals		0.8131	-0.7253	-0.2601	
Geodetic residuals [m]					
Point Id		Latitude	Longitude	Height	
AGRACIADA		-1.3708	-0.4032	-0.6370	
BELLA VISTA		-0.0209	-0.1196	-0.4093	
CADIZ		0.0043	-0.0071	-2.0937	
CERRO VIGIA		0.0476	-1.0004	1.5999	
ETCHEGARAY		0.3919	1.0051	1.4636	
TAROCO		-0.1216	0.2867	1.9758	
YACARE		-0.3837	-0.0236	0.4608	
CERRO CARACOLES		0.7922	-0.3453	2.4644	
PUNTAS DEL YI		0.3007	0.3448	-0.0421	
SERRA		-0.5234	-0.1194	-0.9006	
CORRAL DE PIEDRAS		0.5336	-0.4097	-6.0922	
GALPONES		0.3996	1.1199	1.4664	
RINCON		-0.3781	-0.7204	-0.2614	
FORTALEZA		0.3899	0.2733	1.0139	

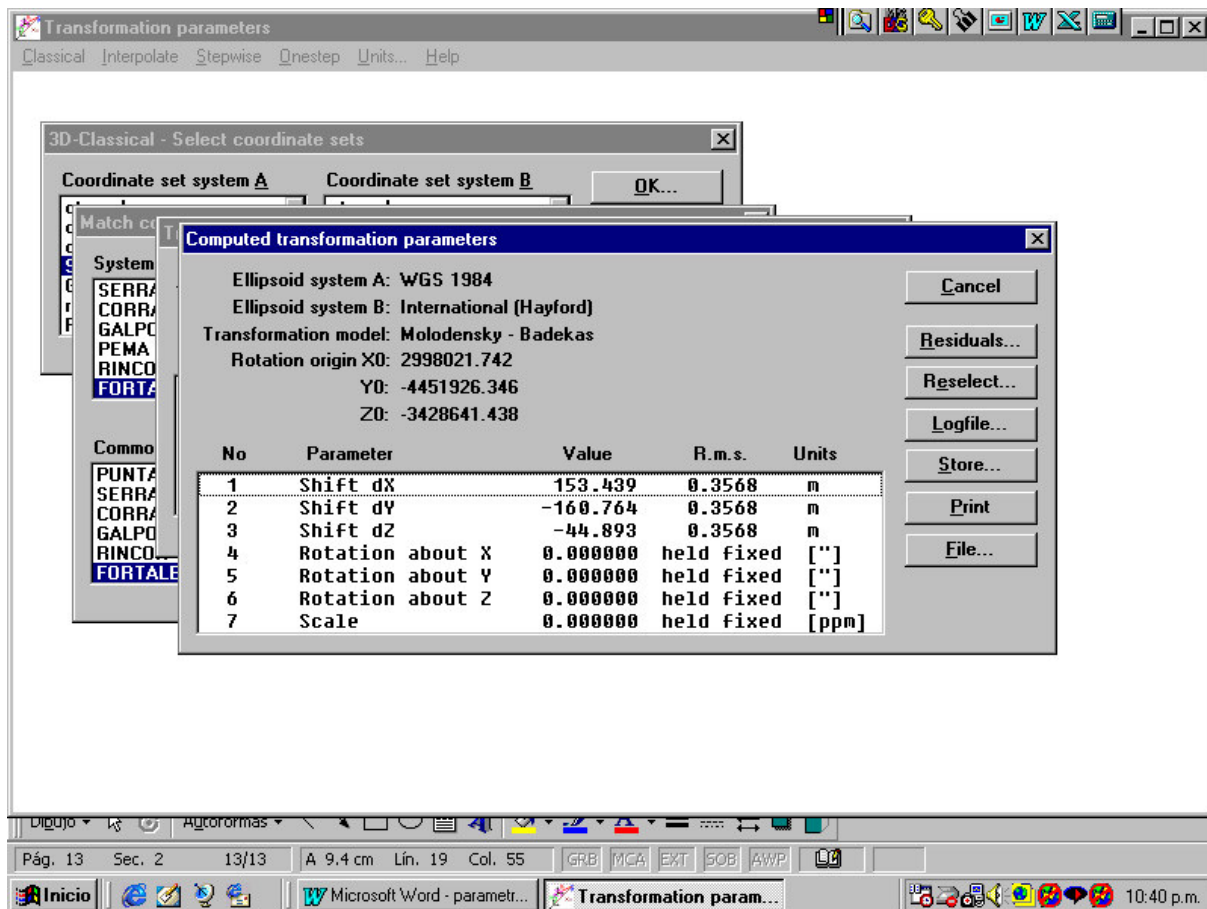


figura 4

### 3.2.2 Validación de los parámetros

La validez de los parámetros hallados para el rango de precisión que nos habíamos propuesto, de acuerdo a la calidad del Sistema Local y a la forma heterogénea en que se había medido la Red Geodésica Nacional, surge clara. Los residuales en dicha transformación en latitud y longitud son inferiores a los 2 metros. Los residuales mayores en algunas estaciones corresponden a la altura, y eso puede responder a las diferencias de ondulación

del geoide y también a vértices en los cuales la cota de los mismos sea trigonométrica. Pero nuestra propuesta de parámetros la habíamos limitado a la transformación del sistema en latitud y longitud solamente.

En resumen los parámetros son:

De SIRGAS a ROU-USAMS

$$\Delta X = +153.439$$

$$\Delta Y = -160.764$$

$$\Delta Z = -44.893$$

$$\Delta a = 251$$

$$\Delta f = 0.14192702 * 10^{-4}$$

#### **4 Conclusiones**

Los parámetros de transformación entre el marco SIRGAS y el Sistema CDM, en la versión presentada de 7 parámetros, pueden ser usados tanto en aplicaciones cartográficas, como para aplicaciones geodésicas. La transformación se adecua a las precisiones según los órdenes de los vértices, dictados por las normas de la geodesia clásica. Surge además de este trabajo que el Sistema CDM es muy robusto dentro del marco de la geodesia clásica, mas allá del giro que tiene en el acimut de partida. Podemos concluir que es un sistema geodésico coherente.

Los parámetros de transformación entre el marco SIRGAS y el Sistema ROU-USAMS en la versión presentada de 3 traslaciones, pueden ser usados para aplicaciones cartográficas. Este sistema si bien tiene un marcado paralelismo con los sistemas geocéntricos globales, las precisiones de sus vértices son muy diversas, debido a cómo fue el proceso de medición de la red geodésica nacional. Para el uso en geodesia no es recomendable el apoyo en vértices geodésicos de la citada red. Debiendo apoyarnos en los vértices de la red GPS descrita anteriormente. Lo recomendable para el país sería la implantación de una red activa de estaciones GPS, que de acuerdo a la extensión del país, alcanzaría con una única base de referencia en el centro del mismo, siendo deseable el establecimiento de mas estaciones. En cuanto a la red GPS, si bien se comenzó determinando la red GPS coincidente con la red geodésica nacional (RGN), surge claro la inconveniencia de esto, ya que los vértices de la RGN, se establecían en lugares en general de difícil acceso, predominando como atributo clave ser puntos elevados para lograr la intervisibilidad entre los mismos. Esto hoy no es necesario, y es recomendable sí que los vértices de la red GPS sean: accesibles, dispongan de energía eléctrica cerca, comunicaciones, ser difíciles de destruir, etc. Por lo que como recomendación entiendo que se deberían establecer nuevos vértices en esas condiciones, a efectos de hacer práctico el apoyo a los usuarios del sistema.

Para las aplicaciones cartográficas, el apoyo puede ser realizado con éxito, usando los datos de las bases comunitarias GPS de simple frecuencia, existentes en el país, o apoyándose en vértices de la RGN y aplicando los parámetros aquí descritos.

También es importante destacar que frente al manejo de datos y coordenadas de relevamientos realizados con técnicas GPS, es imprescindible establecer tanto a la entrega de los trabajos como exigir al recibir datos que se especifique en que Datum están expresados, a que parámetros responde ese Datum en caso de ser un Datum local, y también en caso de ser coordenadas de una proyección cartográfica, establecer los datos de esa proyección.

Por último quisiera establecer que cuando en reiteradas ocasiones se nos pregunta por los parámetros, si son "oficiales" o no, la respuesta la dará el uso o no uso que se haga de los mismos.

#### **5 Bibliografía**

NIMA Technical Report TRN° 8350.2, USA

Pérez Rodino R y otros 1997" The Redefinition of the Geodetic Reference System. Memorias de la Scientific Assembly of the International Association of Geodesy Río de Janeiro Brasil.

Perez Rodino R, y otros (2001) "One approach to determine the geoid local trend at Montevideo metropolitan area". IAG International Symposium on vertical reference systems Cartagena Colombia

Proyecto SIRGAS (1997) Relatorio Final, IBGE, Río de Janeiro Brasil

Rapp, R (1981) Geodesia Geométrica Tomo I y II Apuntes Curso de Geodesia Teórica. Escuela Cartográfica de Panamá

Subiza W, 1997, Tesis de Graduación. Escuela de Ingeniería Militar, ROU